# 研　究　報　告　書

**「（研究課題名）」**

研究期間：　平成19年10月～平成23年3月
研 究 者：　牧野　和久

1．研究のねらい

近年の情報化社会において，ソフトウエア（アルゴリズム）の品質保証の重要性は言うまでもない．例えば，通信ネットワークサービス分野では，どのように QoS (Quality of Service)を保証するかということが最重要な課題である．現実社会のシステムや産業経済活動などに関連して現れる多くの離散（最適化）問題においては，本質的に計算困難であるため，経験的に良いが，精度，品質保証がされていない遺伝的アルゴリズム，タブー探索，アニーリング法などのメタヒューリスティクス（メタ戦略）を基本にしたアルゴリズムが広く用いられている．もちろん，これらのアルゴリズムは一定の成果を収めており，ある程度満足できるものである．しかしながら，避難誘導などの安心・安全に関連する分野においては，高精度，高信頼度が要求され，必ずしも満足できる状況にない．また，ソフトウエア産業界で国際競争に勝ち抜くためには，次世代のソフトウエア技術として「アルゴリズム品質保証技術」は必要不可欠である．

本研究では，離散アルゴリズムに対する汎用的な品質保証技術を開発すると同時に，その品質保証技術に重要な役割を果たす離散構造の解明と品質保証のための解析手法の確立を行うことで離散数学，アルゴリズム分野の新しい基礎理論の構築を目指す．また，この研究に直接的に関連する計算可能性に関する重大な未解決問題の解決を試みる．

2．研究成果

オンラインナップサック問題 （min,max,分数），施設配置問題 （有向，無向），ロバスト最適化 （マッチング），列挙アルゴリズム，ホーン推論（演繹推論，論理和），充足可能性問題の解の連結性，確率ゲームに対するアルゴリズム，など離散アルゴリズム分野において重要な課題に取り込み，多くの成果を出した．ここでは，

1．単調論理関数の双対化に関する成果
2．オンラインナップサック問題に関する成果

の2点に絞り報告する．

1．単調論理関数の双対化に関する成果

単調論理関数の双対化とは，単調な論理関数を表現する論理積形からそれと等価な論理和形を求める問題である．　この双対化は，非常に基礎的な問題であり，それゆえ，人工知能，データマイニング，計算幾何，数理計画など様々な分野に幅広い応用をもつ．ここで，入力として与えられた論理積形が一般の場合は，NP 困難な問題であることに注意されたい．
この単調論理関数の双対化問題は，長い間，計算量の上界が指数より小さくなるかどうか未解決であった．1996 年に初めてFredman とKhachiyanにより，擬多項式時間アルゴリズムが開発されたが，未だに多項式時間アルゴリズムがあるかどうかは分かっていない．
本研究では，この単調論理関数の双対化問題に対して様々な成果を得たが，ここでは以下の3つを記す．

1．1．まず，列挙分野において重要な未解決問題の多くが，単調論理関数の双対化問題と多項式時間あるいは擬多項式時間の意味で等価であることを示した．このことにより，単調

論理関数に対して，実用的に効率なアルゴリズムが等価な問題にも適用可能であることを示したことになる.

１．２. 本研究では，単調論理関数の双対化問題に対する Berge アルゴリズムの性能評価を行った. Berge アルゴリズムとは，入力の論理積形（節の論理積）の節を順序付けし，その順番に従って順次論理輪形を求める，すなわち，k番目までの節からなる論理積形と等価な論理和形とk+1 番目の節からk＋１番目までの節からなる論理積形と等価な論理和形を順次求めていくというアルゴリズムである. この Berge アルゴリズムはそのままでは実用的ではないのであるが，様々な発見的なアイデアを盛り込んだアルゴリズムは実用的にいいとして様々な分野で用いられている.

今研究では以下の3つの成果を得た.

Ⅰ. 実問題としてよく現れる問題例（論理積形）の性質，例えば，節サイズ，次数，共通節サイズなどのいずれかが定数であれば，Berge アルゴリズムが多項式時間で動くための節の順序付けを多項式時間で求められることを示した.

Ⅱ. 入力の論理積形が次数１の論理表現をもつ，あるいは，定数の共形性をもつならば，Berge アルゴリズムが擬多項式時間で動くための節の順序付けを多項式時間で求められることを示した.

Ⅲ. 一般の論理積形に対して，Berge アルゴリズムが準多項式時間で動くための節の順序付けを多項式時間で求められることを示した.

これらⅠ．Ⅱ．Ⅲ．により，Berge アルゴリズム＋発見的解法がなぜ実用的であるかを解析的に説明するとともに，実用的な節順序を与えることに成功した.

１．３. 本研究では，単調論理関数の双対性判定問題に対する効率的な並列アルゴリズムの開発に成功した. 双対化問題は，双対性判定問題と多項式時間の意味で等価であることが知られている. この成果をより正確にいうと，

Ⅰ. 双対性判定問題が擬多項式個のプロセッサを用いて，対数多項式時間で解けることを示した.

Ⅱ. 実問題としてよく現れる問題例（論理積形）の性質，例えば，節サイズ，次数などのいずれかが定数であれば，双対性判定が NC に属すること，すなわち，多項式個のプロセッサを用いて，対数多項式時間で解けることを示した.

２. オンラインナップサック問題に関する成果

（最大)ナップザック問題とは，入力として重みとサイズをもつアイテムの集合が与えられたとき，サイズ和が１以下になるという条件の下で重み和を最大にするアイテム部分集合を求める問題である. また，最小ナップザック問題とは，入力として重みとサイズをもつアイテムの集合が与えられたとき，サイズ和が 1 以上になるという条件の下で重み和を最小にするアイテム部分集合を求める問題である. これらの問題は，線形不等式１つから成る制約の下で，線形関数を最大化あるいは最小化するという基礎的でかつ重要な最適化問題である. これらの問題はともに，有理問題，すなわち，アイテムを選ぶ，選らばないという二者択一ではなく，０．３用いるなどを許せば，簡単な貪欲算法で多項式時間で計算可能であることが知られている. 整数性を考えると，NP困難であはあるが，全多項式時間近似スキーム（FPTAS）をもつ，計算量的に比較的（NP 困難ではあるるが）近似的には簡単な問題であることが知られている.

本研究では，オンラインという状況下でのナップサック問題を考察した. すなわち，アイテムが

一つ一つ逐次的にやってきて，その時点でそのアイテムを選ぶか，選らばないかを決めなければならないという状況設定の下で問題を考察した．本研究では以下の2つの成果を得た．

Ｉ．オンライン最小ナップサック問題：

Ｉ．Ｉ．　重みとサイズが比例する場合においても定数競合比をもたないことを示した．

Ｉ．Ⅱ．一度選んだアイテムを削除できるという状況下においては，一般に，

決定的な競合比の上界　８
確率的な競合比の上界　2e
決定的な競合比の下界　 2

であることを示した．

Ｉ．Ⅲ．　一度選んだアイテムを削除でき，かつ重みがサイズに比例する場合について，決定的な競合比が１．６１８であることを示した．

Ｉ．Ｉ．の結果は，２００２年の Iwama,Taketomi のオンライン最大ナップザック問題の結果と同じであるが，Ｉ．Ⅱ．の結果は，オンライン最大ナップザック問題の結果と異なり，オフライン環境下では，最大化問題と最小化問題にまったく違いがないにもかかわらず，オンライン環境下では違いが現れ，非常に興味深い結果となっている．

Ⅱ．オンライン最大ナップサック問題：
　本研究ではアイテムをk回までカットしてよいという条件下においてオンライン最大ナップサック問題を考察した．我々はこの問題に対して，競合比がk＋1/kであるアルゴリズムの開発に成功した．また，この競合比が下界とも一致することを示すことで，最適なアルゴリズムであることを示した．また，資源増大モデルにおいても最適なアルゴリズムの開発に成功した．また，最小ナップサック問題に対しては，定数競合比をもつアルゴリズムが存在しないことを示した．

３．今後の展開
本研究で得られた成果をさらに発展させること，具体的には，列挙アルゴリズム分野の更なる整備，　メタ戦略などにおいて重要な役割を果たすランダムウォークの脱乱化の研究，不確実性を考慮したロバスト最適化のさらなる研究が必要である．

４．自己評価
　３．に示すように多くの成果を得たことからも分かるように，アルゴリズム分野の基礎理論の発展に大きく貢献したと考える．特に，列挙アルゴリズム分野の理論的な貢献は世界的にも大きな評価を得ている．ただ、重大な未解決問題のいくつかは解決したが，もっとも大きな P vs NP 問題，単調論理関数の双対化問題や平均閉路ゲームの多項式性などいまだ解決には至っていない状況でもある．

５．研究総括の見解
　（1）単調論理関数の双対化（2）オンラインナップサック問題等の重要な課題に対して大きく進展させた。Berge アルゴリズム＋発見的方法の実用性を明らかにし、NP 困難性とも関連している点は興味深い。今後のアルゴリズム分野の基礎理論への貢献が期待される。

６．主要な研究成果リスト
（1）論文（原著論文）発表

| | |
|---|---|
| | 1. Endre Boros, Khaled M. Elbassioni, Kazuhisa Makino: On Berge Multiplication for Monotone Boolean Dualization. ICALP (1) 2008: 48-59 |
| | 2. Endre Boros, Kazuhisa Makino: A Fast and Simple Parallel Algorithm for the Monotone Duality Problem. ICALP (1) 2009: 183-194 |
| | 3. R. Fujita, Y. Kobayashi, K. Makino: Robust Matchings and Matroid Intersections. ESA (2) 2010: 123-134 |
| | 4. E. Boros, K. Elbassioni, V. Gurvich, K. Makino: A Pumping Algorithm for Ergodic Stochastic Mean Payoff Games with Perfect Information. IPCO 2010: 341-354 |
| | 5. M. Chrobak, G. Woeginger, K. Makino, H. Xu: Caching Is Hard – Even in the Fault Model. ESA (1) 2010: 195-206 |
| | |

（2）特許出願

なし

（3）その他（主要な学会発表、受賞、著作物等）

平成 20 年度文部科学大臣表彰　若手科学者賞，第 9 回　船井学術賞　受賞