

# 研究報告書

「非記号計算の基礎理論の構築と構造学習への応用」

研究タイプ: 通常型

研究期間: 平成 21 年 10 月～平成 25 年 3 月

研究者: 石川 博

## 1. 研究のねらい

本研究では、昨今増加が著しい画像や映像、各種計測データ等のアナログ情報で表される現実の世界と、インターネットに代表され、デジタル記述されるサイバー世界における情報の概念の間に橋渡しをすることを目指す。

画像の中に物体を見つけることなどを目的とするパターン認識を、我々は画像などデータについての直感に基づいて、どのように見える特徴がどのように配置されているかというモデルを設計し、それを見つけることで実現してきた。しかし、画像レベルから遠い抽象的なパターンを見つけようとすると、我々の直感は限られ、それは難しくなる。

そのため、人間の直感に頼らずに自動的にモデルを作る一般技術が望まれ、機械学習が研究されている。しかし、パラメータ学習はツマミのついた機械のセッティングを見つけるようなもので、ツマミの位置は探す、機械そのもの、つまりモデルは人手で設計される。一方、顕在的なモデルを持たない方法では、モデルを記述するための表現が存在しないために、パターンの存在を見つけても、それを表す方法がないので、階層的にそのパターンの空間の中にさらにパターンを探すというようなことができない。

パターン認識では、あらかじめ人間が指定する対象の特定の配置のようなものをパターンと呼んでいる。つまり、我々が見つけたい対象の個別例と、それから我々が直感的に外挿したものの総体として、漠然とパターンという言葉を使っている。しかし具体的に前もって知らないパターンを自動的に発見するためには、パターンとは何であるかという一般的かつ客観的な基準が必要である。本研究ではそのような基準について考えてみたい。パターンの反対はランダムな対象である。つまり、ある対象がランダムから遠いほど、その対象中にはパターンが存在する。記号列の場合を考えると、短いプログラムで書き出すことが可能な記号列ほどパターンを持つと考えられる。

記号列だけでなく、もっと一般の対象について同様なことが考えられるだろうか。本研究では、一般の対象に一樣な「符号化」を与えることで、非記号の世界において計算と情報の概念を自然に定義し、複雑な構造を持つ情報一般を統一的に扱う理論を構築する。また画像などの高次元データ中にパターンを見つけることへの応用を目指す。

## 2. 研究成果

### (1) 概要

理論面では、現実世界のモデルとして従来の計算の概念に何が不足し、それが非記号計算の導入によっていかにして与えられるのか、本質的に何が違うのかについて考察するとともに、可能な計算の理論的限界等の研究をした。具体的にはまず、自然数を特徴付ける写像によって生成される非記号計算の「図式」によってチューリング計算が可能であることを示し、

非記号計算が通常のチューリング計算を含むことが確立した。次に、物理学で使われるようになっている Shannon の意味の情報の概念について、構造の天下りに与えられていないデータから構造を見いだすことを目指す観点から検討した。特に、物理学における熱力学的エントロピーと計算の関連についての従来理論が非記号化によってどう影響されるか検討した。また、非記号計算の理論を量子計算に拡張するために理論の一般化を検討した。非記号計算には計算のステップに当たる明示的な概念がないが、これを確率化あるいは量子化する場合には、「同時」の概念がないと全確率が1になるという条件を入れにくいことが判明した。関連して非記号計算同様ステップの概念がない論理ネットワークについても調査・検討した。最後に、物理現象一般を量子計算として捉えるアイデアが最近流布しているようなので調査したが、定式化と言える主張はないようであることが判った。

応用を目指した実装では、非記号計算によるパターン発見を計算機上でシミュレートするための基本機構の研究をした。構造の天下りに与えられていないデータから構造を見いだすことを目指すため、特定の構造を仮定しないように、また写像として与えられる任意の構造を平等に扱えるようにする必要があるが、一方で完全に一般にすると実行効率が非現実的に悪くなるので、そのバランスを考えつつ設計・実装を行った。その上で、与えられたデータのある確率分布からのサンプルと仮定し、そのデータの属する空間に自然な写像の組み合わせで得られる写像でその分布を送り、送り先のエントロピーが減少する場合を探すアルゴリズムを開発、実装した。その詳細は検討中である。

## (2) 詳細

### 研究テーマ A 「記号計算理論の構築」

現実世界のモデルとして、従来の計算の概念に何が不足し、それが非記号計算の導入によっていかにして与えられるのか、本質的に何が違うのかについて考察するとともに、純粋に数学的・理論計算機科学的側面として、可能な計算の理論的限界等の計算可能性理論的側面の研究をした。具体的には以下の通りである。

- 自然数を特徴付ける写像によって生成される図式によってチューリング計算が可能であることを示した。図式によって直接チューリングマシンを構成する証明と、任意の帰納的部分関数が図式によって表現できることを示す証明との両方がある。一方、自然数を特徴付ける写像によって生成される図式はチューリング計算でシミュレート可能であることも証明した。これらの証明により、非記号計算が通常のチューリング計算を含むことが確立された。
- 情報の概念が物理学などでますます使われるようになってきているが、それは大部分 Shannon の意味においてである。つまり、何らかの状況において複数の可能性があり、そのうちどれであるか特定できる状態、あるいはそれぞれの可能性の確率を推定できる状態を「情報を持っている」と称する。この複数の可能性が何であるかを指定するのは「理論」の設定の一部となっていて天下りに与えられ、それを理論の中で記述対象として扱う場合は希である。構造の天下りに与えられていないデータから構造を見いだすこと

を目指す本研究の観点からこの点を検討した。

- 物理学における熱力学的エントロピーと計算の関連についての従来理論が非記号化によってどう影響されるか検討した。熱力学的エントロピーが missing information として理解できるということは定着しているようである。その情報の量を記述するのに Shannon の記述が使われる(歴史的順序は逆)。(物理の意味の)位相空間を格子に仕切って、その中のどこにあるかという意味で上記の「複数の可能性」を指定している。この定式化は基本的に Boltzmann から変わっていないが、単純に格子に仕切る根拠がないのと、その格子の細かさ、「解像度」を指定しなければならないところが理論として不備である。位相空間を有限個の箱に分けるにしてもいくらでも可能性があるのを、それを相対化するために、W. H. Zurek (Phys. Rev. A, 40(8), 1989) は分け方自体を記述してそのアルゴリズム情報量をエントロピーの中に含めるということを提案した。しかしそのためには状況を一旦記号列に符号化しなければならない。ここで鶏が先か卵が先かという状況が生じるのだが、論文中では明確でない。以上のように古典論的にはエントロピーは微視的に正確に定義されていないという結論に達した。
- ここで非記号計算を使った定式化ができないか検討したが、単純には結びつかなかった。Zurek の理論でも解像度を高くしていくとエントロピーが発散する問題はそのままだが、システムの状態を無限精度で指定するには無限大の情報量が必要であるのはある意味当然である。実数値を指定するような情報量を間引いて定義できないか考察している。この無限精度の問題の通常の説明は、量子論に行けば解決するというものだが、量子力学にもいわゆる連続スペクトルのようなものはある。量子情報でも qubit で表される離散スペクトルの場合しか扱われていないようであるが、理論的には不備である。
- 非記号計算の理論を量子計算に拡張するために理論の一般化を検討した。非記号計算では対象となる空間の部分集合を指定することにより、その空間の各点に 1 か 0 を与えていると考えることができるが、この各点に与えるものをそれぞれ  $[0,1]$  にするか複素数にするという単純な発想である。非記号計算には通常多くの計算モデルと違って計算のステップ(すなわち時間)に当たる明示的な概念がないという特徴があるが、これを確率化する場合(あるいは量子化する場合)に、「同時」の概念がないと全確率が 1 になるという条件を入れるににくいことが判明した。つまり、ある範囲で積分したら 1 になるような条件を入れるための範囲が明らかでない。これは量子計算において演算子がユニタリであるという条件に対応する。
- 関連して非記号計算同様ステップの概念がない論理ネットワークについて調べた。量子論理ネットワークや量子チューリング機械のユニバーサリティの定義には、非可算無限個ある量子計算機構を可算コード化するために無理に計算可能数に結びつけようとする不自然さがあるようなので、非記号計算を使ってこれを自然に定義できないか検討した。論理ネットワークをアルゴリズムや計算のモデルとして他のモデルと同じ土俵に乗せるためには、固定長の入力を持つネットワークの、入力長分の無限個の族を考える。他のモデルと比べるためにはさらに有限的な記述ができる必要があるので、入力長からネットワークの記述を計算するチューリングマシンが存在するという条件をつけて一族などという。しかしそれではチューリングマシンに依存した定義になってしまうので、非記号

計算を使って定義できないか検討した。これは可能であると思われる。

- 物理現象一般を量子計算として捉えるアイデアが最近流布しているようなので調査したが、著名な研究者によるものではあるが内容的にはアイデアの段階を出ていないようで、定式化と言える主張はないようであることが判った。

#### 研究テーマ B 「非記号計算の構造学習への応用」

非記号計算を計算機上でシミュレートするための基本機構の研究をした。まず基本ソフトウェアを実装し、それを土台として構造学習のための基本機構を研究した。また構造学習アルゴリズムの開発のために既存の学習アルゴリズム、特に確率的アルゴリズムについて調査した。

本研究では、構造の天下りに与えられていないデータから構造を見いだすことを目指すため、特定の構造を仮定しないように、また写像として与えられる任意の構造を平等に扱えるようにする必要があるが、一方で完全に一般にすると実行効率が非現実的に悪くなるので、そのバランスを考えつつ設計・実装を行った。

その上で、与えられたデータのある確率分布からのサンプルと仮定し、そのデータの属する空間に自然な写像の組み合わせで得られる写像でその分布を送り、送り先のエントロピーが減少する場合を探すアルゴリズムを開発、実装した。

与えられたデータのエントロピーを特異的に減少させる写像を見つけるために、各空間で典型的(ランダム)な分布も同じ写像で送って比較する。そのために異なる空間におけるエントロピーの推定方法を検討、実装した。次元が変わった場合のエントロピーの比較について改良・検討中である。

### 3. 今後の展開

理論的な知見はまとめて今後発表したい。応用の研究は途上であるので継続する。後者の成果がないと前者も発表しにくいので、後者の継続を重視する。

### 4. 自己評価

理論的な部分は当初のねらいどおり様々な検討を行うことができた。応用部分は時間が足りなかったが、基本的にねらいどおりの方向に進捗している。

### 5. 研究総括の見解

膨大な画像や映像等のアナログ情報で表される現実の世界と、インターネットに代表され、デジタル記述されるサイバー世界における情報の概念の間に橋渡しを試みる極めて野心的かつ応用上も重要な問題である。我々の外界は基本的に非記号の世界であるが、そこから我々は自然に有用な情報を抜き出している。そのような対応を自然に定義し、複雑な構造を持つ情報一般を統一的に扱う理論を構築するのが目的となる。非記号計算が通常のチューリング計算を含むことを厳密に示し、さらに熱力学的エントロピー、量子計算との関係を考察するなど、興味深い。また構造学習、とくに特に確率的アルゴリズムについて考察し、具体的にアルゴリズム、すなわち与えられたデータのある確率分布からのサンプルと仮定し、そのデータの属する空間に自然な写像の組

み合わせで得られる写像でその分布を送り、送り先のエントロピーが減少する場合を探す場合について開発、実装したことは応用上注目値する。全体として、石川氏の課題は今後のデジタル社会における避けて通れない重要な問題であり、今後の発展が期待される。

## 6. 主な研究成果リスト

### (1) 論文(原著論文)発表

1. Hiroshi Ishikawa. "Transformation of General Binary MRF Minimization to the First Order Case." IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 2011, vol. 33, pp. 1234-1249.
2. T. Windheuser, H. Ishikawa, and D. Cremers. "Generalized Roof Duality for Multi-Label Optimization: Optimal Lower Bounds and Persistency." Twelfth European Conference on Computer Vision (ECCV2012), 2012, pp. 400-413, Springer-Verlag.

### (2) 特許出願

研究期間累積件数: 0件

### (3) その他の成果(主要な学会発表、受賞、著作物、プレスリリース等)

- 学会発表: 石川博 [招待講演]「パターンとは何か——非記号計算と一般対象の情報計量」第 12 回情報論的学習理論ワークショップ (IBIS 2009), 九州大学. pp. 24-45. 2009/10/21
- 学会発表: 石川博 「最適化としてのパターン自動発見にむけて」 電子情報通信学会パターン認識・メディア解研究会(PRMU), 藤原総合文化会館(栃木県日光市). 電子情報通信学会技術研究報告 vol.109, no. 344, PRMU2009-146, pp. 49-54. 2009/12/18
- 学会発表: 石川博 [特別講演]「ビジョンにおける高階最適化と学習～ボトムアップアプローチ～」 電子情報通信学会パターン認識・メディア解研究会(PRMU) 2010年9月5日, 福岡大学 2010/9/5
- 著作物: Hiroshi Ishikawa and Olga Veksler. "Optimizing Multi-Label MRFs with Convex and Truncated Convex Priors." Chapter 4 of "Markov Random Fields for Vision and Image Processing," edited by Andrew Blake, Pushmeet Kohli, and Carsten Rother, MIT Press, September 2011. ISBN: 978-0-262-01577-6.
- 著作物: Hiroshi Ishikawa. "Graph Cuts—Combinatorial Optimization in Vision." Chapter 2 of "Image Processing and Analysis with Graphs: Theory and Practice", Edited by Olivier Lézoray and Leo Grady, CRC Press, July 2012. ISBN: 978-1-439-855072.