戦略的創造研究推進事業 CREST
研究領域「数学と諸分野の協働による
ブレークスルーの探索」
研究課題「非線形系の精度保証付き数値計算法の
基盤とエラーフリーな計算工学アルゴリズムの
探求」

研究終了報告書

研究期間 平成21年10月～平成27年3月

研究代表者： 大石 進一
（早稲田大学理工学術院、教授）

§1 研究実施の概要

(1) 実施概要

本研究課題では，非線形問題に対する精度保証付き数値計算法の基盤を確立し，100 万次元の非線形方程式の解を精度保証可能にすること，また計算工学におけるアルゴリズムを平均2倍以内で完全精度保証化し，数値計算において生じる様々な誤差の恐怖から研究者を解放することを目標に研究を実施した．

非線形方程式については，偏微分方程式に関する精度保証法の研究を早稲田大グループが推進し，その基盤となる高速区間演算（早稲田大学グループ・芝浦工業大学グループ）や初等関数の精度保証（早稲田大学グループ），悪条件問題に対する高精度計算（東京女子大学グループ），大規模スパース系問題の精度保証（東京女子大学グループ・早稲田大学グループ）に関する研究の総合的成果により，最終的にチームとしての目標を達成した．これは，各グループが目標に向けて独立した研究成果を上げながら，グループ同士で緊密に協働してチーム全体の研究を推進した結果である．

具体的な研究成果として，偏微分方程式に関する精度保証では，早稲田大学グループが，従来は精度保証が困難であった非凸領域まで扱うことが可能な斬新な精度保証法を開発した．非凸な領域上のコーナーの近くでは固有関数の特異性が現れるため，精度保証付きの評価は極めて困難であったが，ハイパーサークル法を巧みに利用することで，非凸な領域上のコーナーの近くで生じる特異性を自然に処理し，有限要素解の定量的な事前誤差評価を得ることが可能となった．これによって，偏微分方程式に対する精度保証付き数値計算法の適用可能範囲が飛躍的に拡大した．

非線形系の精度保証において基盤となる高速区間演算については，早稲田大学グループが，無誤差変換法に基づいて，計算環境に依存しない高いポータビリティを持ったアルゴリズムの開発に成功し，高速かつ高精度な初等関数の計算法を提案した．また，数値線形代数の精度保証において基盤となる区間行列積については，芝浦工業大学グループが中心となり，従来法よりも2倍程度高速な計算法を新規提案することができた．さらに，東京女子大学グループが，悪条件な線形問題に対する画期的な高精度行列分解法を開発し，多大なインパクトを与えた．これに対して，芝浦工業大学グループを中心にして，この高精度行列分解法に適用可能な高精度行列積の高速計算法を開発した．また，大規模問題に対しては，東京女子大学グループと早稲田大学グループが協働し，スパース行列の構造を巧みに利用することによって，100 万次元以上の大規模線形問題の精度保証が可能となった．

上記のような研究成果を高度に統合することによって，最終的に，100 万次元の非線形方程式を精度保証可能な方法の基盤が確立された．

計算工学におけるアルゴリズムの精度保証化は，良条件問題・悪条件問題の両方に対する高速な精度保証法の開発にチーム全体で取り組み，計算幾何学の問題を中心にした展開は，早稲田大学グループ・芝浦工業大学グループの双方で研究を推進した．良条件の問題に関しては，分岐の少ない高速な浮動小数点フィルタの開発により，凸包を例に「近似計算のわずか2割程度」のコスト増で精度保証化が達成される例を示すことができた．これは，当初の目標であった「近似計算の2倍」のコストを大きく下回る画期的な成果である．また，凸包のアルゴリズムによっては，近似計算に必要な計算量よりも低いオーダーの計算量で精度保証が実行可能な手法も開発できた．これは，精度保証化を行っても，従来アルゴリズムの長所をそのまま継承できる設計になっている．この例では，近似計算に占める計算時間の約5%という僅かな計算時間の増加で精度保証化が達成できることを示した．

以上のような精度保証の高速化の成果により，計算工学分野における従来の近似アルゴリズムを精度保証アルゴリズムに更新することは，計算工学に関わる多くのユーザーにとって抵抗がなく受け入れられると見込まれる．したがって，エラーフリーな計算工学アルゴリズムの普及に向けて大きく前進したといえる．

(2) 顕著な成果

<優れた基礎研究としての成果>

1. 任意多角形領域上の非線形偏微分方程式に対する解の計算機援用解析

任意多角形領域上に定義された非線形偏微分方程式の数学解析は困難な問題である. 本研究では Prage-Synge の定理に基づくハイパーサークル法を巧みに利用することで, その解の計算機援用解析に成功した. これは非凸な領域上のコーナーの近くで生じる特異性を自然に処理する事が可能であり, 計算機の高い計算能力を生かした実用的な手法である. 偏微分方程式の理論と解の計算法における画期的な成果となった.

2. 悪条件問題に対する適応型反復改良アルゴリズムとその高速計算法の確立

従来の数値計算法ではまったく正しい結果が得られないような悪条件な線形問題に対して無誤差変換を用いた画期的な反復改良アルゴリズムを開発した. これによって, 従来の数値計算法の限界を突破し, 非常に解くことが困難な悪条件な問題も効率良く解くことが可能となった. その成果をまとめた論文は, 本研究分野における国際的なトップジャーナルである SIAM 論文誌に掲載され, さらに当該論文のダウンロード数が7ヶ月連続上位(毎月 TOP20 まで掲載され, 2位が2回, 3位が1回, 4位以下が4回)となるなど, 多大なインパクトを与えた.

3. 高精度な行列積の高速計算法の開発

科学技術計算の基礎として知られる行列積に対して, 通常知られる演算単位や内積単位での高精度化手法とは全く異なる計算手法で先端の HPC 技術を駆使できる斬新な高精度計算法を開発した. エラーフリー計算を基にアルゴリズムを設計し, 行列積の計算中に誤差が発生しないことを理論的にも証明した. 成果は高精度計算のみならず区間演算にも応用され, 精度保証付き数値計算の発展にも貢献をした.

<科学技術イノベーションに大きく寄与する成果>

1. 計算幾何学における重要問題のエラーフリー化

計算幾何学のアルゴリズムに対して, 数値計算の誤差の影響を受けずに正しい結果を返すアルゴリズムを開発した. 通常の数値計算を用いたアルゴリズムに対して, わずか5%～20%程度の計算時間の増加で, 多くの事例で完全精度保証化が達成できた. さらに, 従来に使用されているアルゴリズムの長所を失わないため, 提案した高信頼なアルゴリズムが世の中に広がっていくと確信している.

§2. 研究構想

（1）当初の研究構想

計算幾何学(VLSI 設計，機械製図等への応用を含む)，画像処理(動画を含む)，信号処理・信号理解，ディジタル制御（ロボット，自動車制御を含む），コンピュータグラフィックス・バーチャルリアリティ，計算機援用設計・工学(CAD・CAE)など，工学設計の対象が最終的に計算アルゴリズムとなる分野は非常に広範である．ここではこれを総称して計算工学と呼ぶことにする．このような計算工学分野では，(1)工学問題の数理モデリング，(2)数理モデルの数理的解析，(3)解析結果に基づく解法のアルゴリズム化がなされる．このうち，(1)と(2)は工学と数理の本質的共同作業であり，人類の工学的営為が続く限り，永遠に続く研究課題である．一方，(3)においては，通例，コンピュータ上で実数演算が可能であるという仮定の下で，それに基づくアルゴリズムが与えられる．しかし，実際には有限精度計算である浮動小数点演算が実数演算の代わりに用いられているため，計算誤差が生じている．(3)で与えられる従来のアルゴリズムは，この近似計算の誤差について，ある程度は配慮しているものの，完全にこれを数学的に考慮して，常に正しい結果を出すようには設計されていない．これは，そのようなことが原理的にも大変困難であり，例え原理的に可能でも，計算コストが非実用的になると信じられてきたからである．一般に「計算誤差による決定的な誤りは，非常に多いとはいえないが，無視できるほどには少なくない」といわれている．特に，問題規模が大きくなるにつれて，誤る確率は高くなるので，今後益々，計算誤差によって従来の近似解法アルゴリズムが破綻する問題を取り扱うことが非常に重要となる．

本研究はこの問題に真正面から取り組むものである．すなわち，計算工学の問題に対して，全く誤らず，かつ計算速度が近似解法アルゴリズムに比べて高々数倍以内となる精度保証されたアルゴリズムを構築するための精度保証付き数値計算学を展開することを目標とした．これによって，計算工学の諸分野にブレークスルーをもたらす．

この目標を達成するために，次のような問題を解決する必要がある．

(P1)（非線形大規模問題の効率的解法） 非線形系，特に大規模非線形系の精度保証のためには，精度保証された高速初等関数計算方式，区間演算の高速化と高精度化など困難な問題を解決する必要がある．また，大規模系を高速に解くためのアルゴリズムの開発が重要となる．

(P2)（悪条件問題の解法） 浮動小数点演算で計算しながら，問題が悪条件（有効数字が足りなくなるような状況のこと）で難しくなっても，計算速度をあまり落とさずに，かつ，ソフトウェアを大きく変更することなく，数学的に正しい計算結果が出るようにする方法の開発が必要である．

(P3)（計算工学との融合） 計算工学におけるアルゴリズムについて，具体的に高速かつ高精度な精度保証化を実行し，その有用性を実証する必要がある．

以上の問題解決に対する基盤的な成果として，著者らはこの研究開始までの5年間に，線形系の精度保証付き数値計算に関する下記のような革新的な技術を開発してきた：

(R1) ベクトル化区間演算を浮動小数点演算の丸め制御精度保証法として完成させた．

(R2) 浮動小数点演算の無誤差変換法による，高速適応型精度保証方式を創造した．

今回の研究プロジェクトは，これらをベースにして，非線形系の高速で高精度な精度保証方式を展開することが主目的であった．それを達成するために

(T1) 丸めモードの変更が必要ない新しい高速区間演算方式の開発．

(T2) 計算結果の区間幅を任意に必要なだけ適応的に狭められる高精度方式を開発．

(T3) 大規模スパース系で悪条件な問題に対しても十分信頼性のある解を出す非定常反復解法の基本的設計とそれを利用した精度保証方式の開発．

を中心的課題に据えた．さらに，計算工学との融合のために下記が必要となる：

(T4) 計算工学の問題は，良条件・悪条件の複合問題となるため，問題に応じて(T1)，(T2)，(T3)の成果を利用しながら必要最小限に近い計算コストで実行される適応的な精度保証法の開発．

これら(T1)～(T4)が開発されれば，上記(P1)～(P3)の問題解決が可能となり，精度保証付き数値計算学及び計算工学が新展開を迎えると共に，非線形微分方程式の解析のための高速な精度保証付き数値計算環境の構築も自然になされる.

(2) 研究内容

今回の研究プロジェクトは，非線形系の高速で高精度な精度保証方式を展開することが主目的である. それを達成するために前項の(T1)～(T4)が開発されれば，精度保証付き数値計算学及び計算工学が新展開を迎えると共に，非線形微分方程式の解析のための高速な精度保証付き数値計算環境の構築も自然になされる.

図1．本研究の目標とストラテジー（誤りのない計算工学アルゴリズムを従来の近似アルゴリズムと精度保証付き数値計算の融合によって生み出す）

研究計画は，前述の「基本構想」にある(T1)～(T4)の課題を，著者らの線形系に対する革新的な精度保証付き数値計算方式に基づいて解決していくことによって達成するが，具体的な数値目標を設定して，それをクリアしていくことによる明確な研究計画を立てた. 数値目標としては，次の2つを設定した：

(A) 課題(T1)～(T3)の研究の推進によって，大規模な非線形方程式を解く方式を設計できるようになるが，最終的な目標として，100万次元の連立非線形方程式が精度保証付き数値計算によって解けるようになることを目標とする.
(B) 課題(T4)については，具体性を持たせるために，計算工学における広範な応用に鑑みて計算幾何学アルゴリズムの高速かつ完全精度保証化を中心的に取り上げ，重要な凸包の計算アルゴリズムなどについて，近似計算に対して完全精度保証化（必ず成功するアルゴリズム）を平均的な計算量を2倍以内で達成することを目標とする.

(3) 新たに追加・修正など変更した研究構想

① 中間評価で受けた指摘や助言、それを踏まえて対応した結果について

JST から国際強化支援を受け，国際的に活躍している精度保証分野の研究者を集め，CREST-SBM 国際会議「International Workshop on Numerical Verification and its Applications 2014」を開催し，本 CREST 研究課題における成果を発表した. また，スパコンなど HPC（ハイパフォーマンスコンピューティング）分野の研究者と積極的な交流を行った. HPC 分野で国内の主要なシンポジウムである「ハイパフォーマンスコンピューティングと計算科学シンポジウム (HPCS2013)」において，精度保証のオーガナイズドセッションを組むなど，本 CREST 研究課題における成果を精度保証分野や他分野の研究者に広く認知してもらうための活動を行っている.

② 中間報告書の「§7. 今後の研究の進め方、および研究成果の見通し」に記載した事項に沿って、研究を進めた結果について

非線形系の精度保証については，より実用的なモデルを対象にその解の検証アルゴリズムを構築した．一例として，非線形偏微分方程式の線形化作用素の精度保証付き固有値評価を行い，これを利用した線形化逆作用素の精度保証付き評価を可能にした．これによって，先行研究よりも直接的な誤差評価ができるようになった．さらに，生物モデルを記述する二階楕円型連立偏微分方程式の解に対する精度保証付き数値計算法を確立した．また，非線形偏微分方程式を離散化した際に現れる大規模スパース系に対し，その精度保証についてアルゴリズムを精密化し，さらに多くの応用問題に適用させ，大規模非線形系に対する精度保証法の基盤を確立した．

計算工学のエラーフリー化については，計算幾何学における悪条件問題の高速化について，引き続き議論を継続した．さらに，現在までに開発できた浮動小数点フィルタを，凸包を求める様々なアルゴリズムに組み込み，信頼性が保証されたアルゴリズムを開発し，誤差の恐怖からの解放を目標に研究を推進した．最終的に，各チームの成果を有機的に融合し，凸包を求める多くのアルゴリズムにおいて平均2倍以内で完全精度保証化を達成できた．さらに，問題によっては従来の近似計算とほぼ変わらない計算時間で精度保証化が可能であることを示した．

また，産業界への波及効果として，電卓における計算の新方式を精度保証付き数値計算によって与えるなど，産業界へのフィードバックを強化した．さらに，本研究課題において開発された高精度な行列積アルゴリズムはHPC分野の研究者の目に留まり，現在は学際大規模情報基盤共同利用・共同研究拠点「高精度行列-行列積アルゴリズムにおける並列化手法の開発」というプロジェクトにおいてスーパーコンピュータ上に展開し始めた．

③ 上記①②以外で生まれた新たな展開について

理想三角形分割されたトーラス境界を持つ 3 次元多様体 M に対して，M および M の Dehn filling が完備有限体積双曲構造をもつかどうかを精度保証付き数値計算を用いて厳密に証明する手法を開発した．3 次元多様体の双曲構造に対する数値的分類手法はこれまで数値計算に生じる誤差の把握が全く行われておらず，これを無視して数学証明とすることは難しかった．CREST 大石チームでは双曲幾何学の研究者である Neil Hoffman 氏，市原一裕氏，正井秀俊氏との協働により従来不可能であった 3 次元多様体の双曲構造の厳密な数値的分類手法を開発することに成功し，数値的に分類証明が可能となった．本成果は HIKMOT というソフトウェアとして一般公開されており，計算トポロジーの分野においてブレークスルーを現在起こしている．

§3 研究実施体制

(1)研究チームの体制について

① 「早稲田大学」グループ
研究参加者

	氏名	所属	役職	参加時期
○	大石 進一	早稲田大学理工学術院	教授	H21.11～
	田邉 國士	同上	客員研究員	H22.4～H24.3
	西 哲生	同上	客員研究員	H22.4～H24.3
＊	Siegfried M. Rump	ハンブルク工科大学 (早稲田大学)	教授 (客員教授)	H22.4～
	尾崎 克久	早稲田大学理工学術院 (H22.4 から芝浦工業大学)	客員講師	H21.11～H22.3
	劉 雪峰	新潟大学 (H26.9 まで早稲田大学)	准教授	H22.4～
＊	小笠原 義仁	早稲田大学理工学術院	次席研究員	H23.4～
＊	荻田 晴美	早稲田大学理工学術院	客員次席研究員	H22.2～
	太田 貴久	早稲田大学理工学術院	研究助手	H22.4～H25.3
	山中 脩也	帝京平成大学 (H26.3 まで早稲田大学)	助教	H21.11～
	高安 亮紀	早稲田大学理工学術院	助教	H22.4～
	薛 艶	早稲田大学大学院 基幹理工学研究科	研究補助員	H22.4～H23.3
	柏木 雅英	早稲田大学理工学術院	教授	H22.4～
	久保 隆徹	筑波大学	助教	H22.4～H23.3
	河原井 茂義	早稲田大学理工学術院	研究員	H22.4～
	森倉 悠介	同上	助教	H23.4～
	関根 晃太	同上	助手	H23.4～
＊	南畑 淳史	早稲田大学大学院 基幹理工学研究科	研究補助員	H22.8～
＊	水口 信	同上	研究補助員	H24.4～
＊	田中 一成	同上	研究補助員	H24.4～
	久保田 昌宏	同上	研究補助員	H23.4～H24.3
＊	木村 拓馬	早稲田大学理工学術院	次席研究員	H24.4～
＊	長藤 かおり	カールスルーエ工科大学 (早稲田大学)	講師 (客員上級研究員)	H24.4～
	篠田 庄司	早稲田大学理工学術院	招聘研究員	H24.4～
	上田 晥亮	同上	招聘研究員	H24.4～
＊	柳澤 優香	早稲田大学大学院 基幹理工学研究科	研究補助員	H25.4～
	平沼 格	同上	研究補助員	H25.4～H26.3
＊	小林 領	同上	研究補助員	H26.4～

研究項目
非線形系の精度保証付き数値計算法の基盤とエラーフリーな計算工学アルゴリズムの探求

②　「東京女子大学」グループ
研究参加者

	氏名	所属	役職	参加時期
○	荻田　武史	東京女子大学 現代教養学部	准教授	H21.11～
＊	四方田　恵実	東京女子大学大学院 理学研究科	研究補助員	H22.4～H24.3
＊	柳澤　優香	同上 (H25.4 より早稲田大学)	研究補助員	H23.4～H26.3
＊	基村　佳奈	同上	研究補助員	H24.5～H26.3
＊	小林　 由佳	同上	研究補助員	H25.10～
＊	渡邊　愛奈	同上	研究補助員	H26.10～

研究項目
悪条件問題に関する高速かつ高精度な数値計算法の確立

③　「芝浦工業大学」グループ
研究参加者

	氏名	所属	役職	参加時期
○	尾崎　 克久	芝浦工業大学 システム理工学部 (H22.3 まで早稲田大学)	准教授	H21.11～
＊	太田　悠暉	芝浦工業大学大学院 理工学研究科	研究補助員	H24.4～
＊	樋口　裕幸	同上	研究補助員	H25.4～

研究項目
計算工学のための精度保証付きアルゴリズムの開発

（２）国内外の研究者や産業界等との連携によるネットワーク形成の状況について

精度保証付き数値計算の分野について，国内では，微分方程式に対する数値的検証法の研究者である山本野人氏（電気通信大学），渡部善隆氏（九州大学）と緊密な意見交換を行った．国外では，線形問題に対する精度保証法の第一人者である Siegfried M. Rump 氏（ハンブルク工科大学）と共同研究を実施し，偏微分方程式に対する数値的検証法の大家である Michael Plum 氏（カルスルーエ工科大学）とも緊密な意見交換を行った．

他分野の研究者との協働の一例として，３次元多様体の双曲構造の厳密な数値的分類手法の開発について 位相幾何学分野の研究者である Neil Hoffman 氏（University of Melbourne），市原一裕氏（日本大学），正井秀俊氏（東大数理）と共同研究を行なった．これまで，計算トポロジーの分野では，数値計算に生じる誤差の把握が全く行われておらず，数値的分類証明は難しかった．この問題について市原，正井両氏より大石グループへ誤差を把握する手法の確立の要請を受け，精度保証付き数値計算を用いた手法の開発を協働で行なった．

第 1 回 JST CREST「数学」領域横断若手合宿に企画段階から参加し，合宿の際に大石チームの研究について紹介した．これによって，本合宿の趣旨にあるように，様々な学問的背景や目的を持つ「数学」領域での研究に従事している若手研究者同士の連携が強化された．

§4 研究実施内容及び成果

4．1 Newton-Kantorovich の定理を基にした精度保証付き数値計算理論（非線形2点境界値問題，楕円型境界値問題）（早稲田大学グループ）

(1)研究実施内容及び成果

常微分方程式の2点境界値問題や楕円型境界値問題はある非線形作用素方程式に帰着することができる．非線形作用素方程式の解に対する精度保証付き数値計算手法は日本の中尾充宏氏による 1988 年の手法を皮切りに日本で発展を続けている．一方でドイツの Plum 氏は 1991 年非線形作用素方程式に関する中尾の方法とは違ったアプローチを提案した．両氏の方法はその後20年あまりで多くの研究者によって改良・発展され，様々な楕円型問題の解の精度保証付き数値計算に成功している．

本研究ではこれらの方法のキーとなる不動点定理と類似した Newton-Kantorovich の定理を基に，精度保証付き数値計算理論を構築した．本理論の最大の特徴は非常に理論体系がシンプルであることである．特に Newton-Kantorovich の定理が成立する十分条件を計算機による計算可能定数で表現し，これらを精度保証付き数値計算によって評価する事で所望の解析結果を得ることができるようになったことは精度保証付き数値計算の普及に寄与できたといえる．不動点定理に帰着し，十分条件の成立を計算機援用証明する点において，数学的には先行研究に類似するが，シンプルな定式化は多くのユーザーや応用数学者に興味を持ってもらうことに成功し，「その方法であれば精度保証を利用したい」という主旨のコメントも頂いたことがある．本理論を2点境界値問題，半線型楕円型境界値問題に適用した例を示し，論文が出版された．

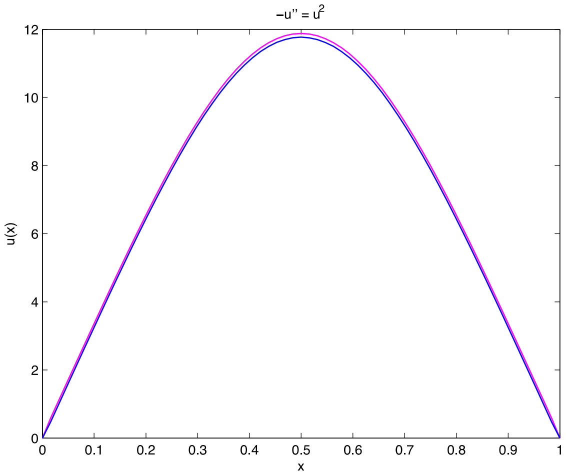

図１． 非線形 2 点境界値問題の精度保証付き数値計算例

4．2．ハイパーサークル法を用いた任意多角形領域上での Laplace 作用素の固有値の精度保証付き評価（早稲田大学グループ）

(1)研究実施内容及び成果

本研究では，2 次元空間上に定義された Laplace 作用素の固有値を精度保証付きで包み込む手法を開発した．偏微分作用素の固有値評価は非線形微分方程式の解の検証において，重要な役割を果たす．特に解析対象とする領域が一般的な領域の場合（非凸領

域を含む)，微分作用素の固有値評価には幾つかの困難が生じる．例えば，非凸な領域上のコーナーの近くでは固有関数の特異性が現れるため，精度保証付きの評価は極めて困難であった．

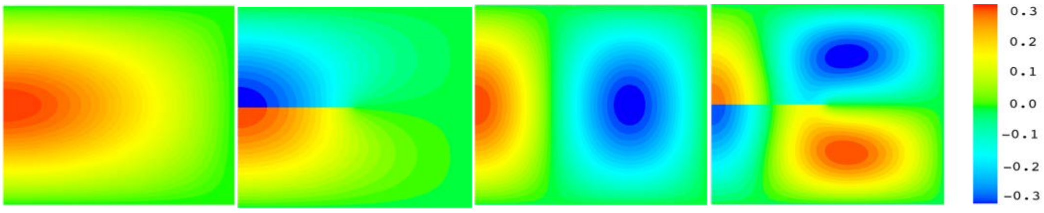

図２．亀裂が入った領域上の固有関数

そこで本研究では，はじめに Prage-Synge の定理に基づくハイパーサークル法を巧みに利用することで，Poisson 問題の非凸な領域上のコーナーの近くで生じる特異性を自然に処理し，有限要素解の定量的な事前誤差評価を得た．さらに，Poisson 問題の事前誤差評価と従来の固有値評価手法と合わせて，任意多角形領域での Laplace 作用素の固有値評価を得た．従来の固有値評価方法は特別な領域にしか対応できておらず，本研究で提案した方法は任意多角形領域に自然に対応でき，計算量も少ないという特徴がある．これは固有値評価の理論と計算法における画期的な成果である．

４．３　任意多角形領域上での非線形偏微分方程式の解の数値検証手法（早稲田大学グループ）

(1)研究実施内容及び成果

ハイパーサークル法は非線形問題の解の検証においても重要な意味がある．先行研究において，非線形楕円型偏微分方程式に対する解の検証フレームワークは非凸領域における特異性の処理が大がかりな仕掛けが必要であった．そのため一般的な領域での解の検証は難しい問題であり，とくに非凸な多角形領域上で方程式を考える場合，弱解には滑らかさの欠如が起こり，従来の誤差評価式が破綻することが最も困難とされていた．

本研究ではハイパーサークル法を，ある非線形楕円型偏微分方程式の解の検証手法に応用し，任意領域における方程式の弱解の検証を可能にした．この結果は Newton-Kantorovich の定理を基礎とする手法の高い単純性を維持する．また先行研究の非凸領域上への対応である領域の変換などの面倒な事前処理が不要になるため，非線形偏微分方程式の解の精度保証付き数値計算法における大きな進展であり，計算機上での高い計算能力を生かした実用的な手法を確立する事に成功した．図 3 には 2 次元空間上の L 字領域で，Emden-Fowler 方程式の 1 つの非自明解を計算機援用解析した数値例を示す．

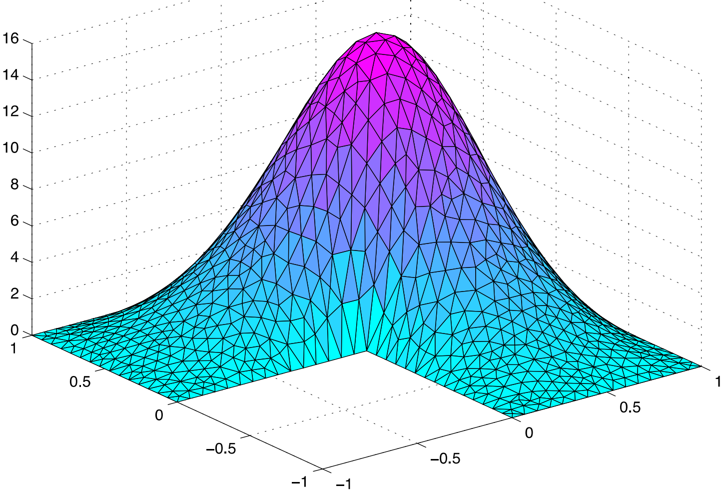

図３．L 字領域上での Emden-Fowler 方程式の数値解

図の数値解を中心とするある関数空間の近傍で解の一意存在が保証された. 本成果は数学の解析分野における楕円型方程式の解構造の把握に寄与することができる. 実際, Emden-Fowler 方程式の正値解の存在の議論が Gidas-Ni-Nirenberg による球対称解の存在に関する結果を皮切りに活発にされているが, 非凸なコーナーがあるＬ字領域での正値解の存在は議論が難しく, 計算機による援用証明が期待されている分野である.

４．４ Raviart-Thomas 混合型有限要素を用いた高精度残差評価法（早稲田大学グループ）

(1)研究実施内容及び成果

Newton-Kantorovich の定理をはじめとする楕円型問題の精度保証付き数値計算手法は主に以下の 3 つ評価をもとに解の検証を試みる.

① 線形化逆作用素のノルム評価
② 近似解の残差評価
③ 非線形項の Fréchet 微分に対する滑らかさの評価

本研究では②の近似解の高精度な残差評価についての結果を得た. とくに 2 次元上の非凸領域で定義された非線形楕円型偏微分方程式の解の検証を行う際は, もとの方程式の解に非凸なコーナーにおける特異性（滑らかさの欠如）が生じ, これにより評価が極めて悪くなる事が知られている. そこで我々は, ハイパーサークル法を上記の問題に適用する際の残差評価に注目し, その高精度化に成功した. もとの方程式の解に滑らかさの欠如が起こっている事を考慮し, 近似解をある程度”弱い”空間から得る事で評価の改善を試みるアプローチである. すなわち近似解を弱解の関数空間の有限次元部分空間から用意し, 近似解のある程度滑らかな近似を Raviart-Thomas 混合型有限要素により作成することで, 残差評価の最適オーダーを達成した. この技巧は平滑化と呼ばれるものであるが, 本研究ではさらに Raviart-Thomas 混合型有限要素の特性を巧みに利用する事で, 残差評価に本来あるべき計算を省く評価を得ることができた. これにより先行研究よりもきめ細やかに残差評価が出来るようになり, ハイパーサークル法を利用した精度保証付き数値計算のフレームワークの発展に寄与した.

４．５ 一般的な自己共役楕円型微分作用素の固有値評価（早稲田大学グループ）

(1)研究実施内容及び成果

ハイパーサークル法を一般化するために, 代表的な Laplace 作用素に関する境界値問題のみではなく, 一般的な自己共役偏微分作用素に関わる境界値問題, 例えば, $-\Delta u+a(x)u$ に対応するハイパーサークル法も提案した. Laplace 作用素の場合の単純な拡張とはいかなかったが, 領域の境界上での積分の項を考慮した定式化により, 対応するハイパーサークル法を定式化し, Laplace 作用素の場合と同様な汎用性の高い手法が完成した. さらに非適合有限要素法の特別な直交性を利用することで, 様々な微分作用素の固有値の下界評価が簡単になる事を示した. 本研究では Crouzeix-Raviart 有限要素と Fujino-Morley 有限要素を利用する事を検討し, Laplace 作用素と重調和作用素の固有値問題の有効な固有値の下界評価方法を提案した. これらの手法はすべてハイパーサークル法に基づいており, この手法の一般化と位置づけられる. これにより, より多くの偏微分作用素（例えば, 重調和作用素, Maxwell 作用素）の固有値問題に対して, その固有値の精度保証付き評価を得る事ができるようになった.

４．６ ハイパーサークル法を用いた固有値評価法に基づく逆作用素ノルム評価法（早稲田大学グループ）

(1)研究実施内容及び成果

本研究グループによるハイパーサークル法を用いた固有値評価法[1]に基づき, (1)で表される線形楕円型作用素$\mathcal{L}: V \to V^*$の逆作用素ノルム評価に関する手法を提案した.

$$\langle \mathcal{L}u, v \rangle := (\nabla u, \nabla v) + (cu, v), \quad \forall v \in V \tag{1}$$

ここで, $\Omega \subset \mathbb{R}^2$は有界多角形領域, $c \in L^{\infty}(\Omega)$, Vは適切な境界条件を満たす$H^1(\Omega)$の部分空間である.

逆作用素ノルム評価法の先行研究として中尾充宏氏, 橋本弘治氏, 渡部善隆氏による研究と Plum 氏による研究が有名である. これは非線形楕円型偏微分方程式の解の検証理論において, 無限次元の意味でNewton法を考えた場合の線形化作用素の逆作用素の評価に相当し, とても重要な意味を持つ. さらに線形化作用素の逆作用素の存在検証は, 解の安定性・不安定性の分類に寄与し, 解析分野においても注目される研究である.

本研究の特徴は, 対象とする問題を自己共役な偏微分作用素の固有値問題として捉えることである. これにより, ハイパーサークル法が適用可能となり, 得られた精度保証付きの固有値評価をもとに逆作用素の存在とノルム評価を数学的に厳密に得る事ができる. 本手法は以下の(2)で定義される補間誤差定数$C_h > 0$を求めることができれば, 境界条件に関係なく高精度な評価が得られる. これは他の先行研究とは違ったアプローチであり, 本研究の利点の一つである.

$$\|v - P_h v\|_V \le C_h \|-\Delta v + \sigma v\|_{L^2(\Omega)}, \quad \forall v \in \left\{ v \in V \ : \ \Delta v \in L^2(\Omega) \right\} \tag{2}$$

本手法もハイパーサークル法の拡張と位置づけることができ, 偏微分作用素の固有値がもつ情報がいかに重要なものであるかを示している.

本研究では逆作用素ノルムの評価法を応用し, 非線形楕円形境界値問題$-\Delta u = f(u)$の解の存在に対する計算機援用証明を行った. 特に非線形項$f: V \to L^2(\Omega)$が多項式で表される優線形な問題を対象とし, 主に斉次Dirichlet境界値問題や斉次Neumann境界値問題を対象とし, 近似解の近傍に解が局所一意存在する数値結果を得た.

[1] X. Liu, S. Oishi: Guaranteed high-precision estimation for P_0 interpolation constants on triangularnite elements, Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, 30 (3), 635-652 (2013).

4．7 連立楕円型偏微分方程式系の解に対する精度保証付き数値計算法（早稲田大学グループ）

(1)研究実施内容及び成果

本研究では, 2 次元空間上の任意の有界多角形領域 Ω 上に定義された楕円型連立線形-半線形偏微分方程式の Dirichlet 境界値問題

$$\begin{cases} -\varepsilon^2 \Delta u = f(u) - \delta v & \text{in } \Omega, \\ -\Delta v = u - \gamma v & \text{in } \Omega, \\ u = v = 0 & \text{on } \partial\Omega \end{cases} \tag{3}$$

における解 u, v の精度保証付き数値計算法について研究を実施した. この境界値問題 (2) は, u を既知関数と仮定した際の v に対する線形楕円型偏微分方程式の Dirichlet 境界値問題 (4) と u に対する半線形楕円型偏微分方程式の Dirichlet 境界値問題 (5) に書き換えられることが知られている:

$$\begin{cases} -\Delta v = u - \gamma v & \text{in } \Omega, \\ v = 0 & \text{on } \partial\Omega \end{cases} \tag{4}$$

$$
\begin{cases} -\Delta u = \dfrac{1}{\varepsilon^2}\left(f(u) - \delta B u\right) & \text{in } \Omega, \\ u = 0 & \text{on } \partial\Omega. \end{cases} \qquad (5)
$$

ここで，(5) の B は (4) の解作用素とする.

有界な凸多角形領域上における問題 (3) の解に対する精度保証付き数値計算法は，先行研究として渡部善隆氏により，いわゆる中尾の方法を用いた手法がすでに提案されている．渡部善隆氏は問題 (4) と (5) に対し，それぞれ不動点定理に基づく中尾の方法を利用した精度保証付き数値計算法を利用し，それぞれの数値解の近傍に解が一意存在することを計算機援用証明した結果を発表している．そこで本研究では，問題 (5) に Newton-Kantorovich の定理に基づいた検証法を適用することを考える．問題 (4) は v に関する線形問題であるため，線形化逆作用素のノルム評価と残差ノルムのみで評価する方法で検証が可能であり，さらに Newton-Kantorovich の定理に基づいた検証法を作用素 B が含まれた方程式 (5) に適用することで，先行研究では難しかった非凸多角形領域を含む有界な多角形領域において解の検証が可能となった.

方程式 (5) に Newton-Kantorovich の定理を利用するにあたり，解作用素 B の影響から新たに 2 つの定数の評価が必要になる．1つ目は問題から得られる線形化作用素の逆作用素のノルム評価である．これは本グループによって考案されたハイパーサークル法を利用した無限次元固有値問題の精度保証法を利用することで，解作用素 B を含む (5) においても評価できるようにした．2つ目は残差のノルム評価である．このノルム評価は有界な非凸多角形領域を扱う上で非常に重要となる．残差ノルムの評価方法は本グループによる Raviart-Thomas 混合型有限要素法を利用する手法があるが，解作用素 B の影響から既存手法により直接評価することは難しい．そこで有限次元の解作用素 B_h を新たに定義し，Raviart-Thomas 混合型有限要素法を利用する評価部分と無限次元の解作用素 B と有限次元の解作用素 B_h の差の評価部分に分けることにより，非凸多角形領域上でも残差のノルム評価が可能となった.

数値結果として，有界な非凸多角形領域上において図4に示すような (4) の数値解の近傍に真の解が局所一意存在することを示せ，精度保証付き数値計算が成功した.

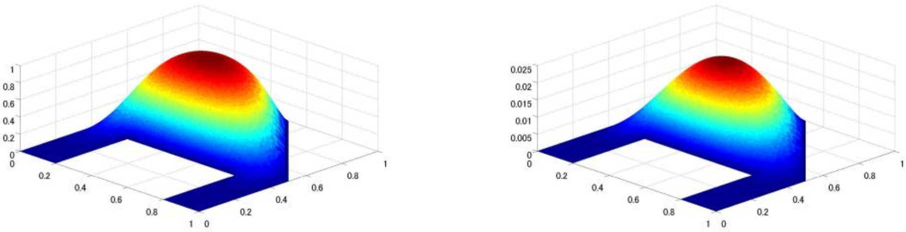

図4. 問題 (3) の近似解 u (左)と v (右) ($f(u)=u-u^3$, $\delta=1$, $\gamma=1.2$)

4．8 Lehmann-Goerisch の定理と特異基底関数を合わせた高精度な固有値評価方法（早稲田大学グループ）

(1)研究実施内容及び成果

ハイパーサークル法を用いた Laplace 作用素の固有値の精度保証付き評価手法は固有値評価の理論と計算法における画期的な成果であったが，有限要素法の定量的事前誤差評価を利用するという特徴からある程度評価が粗くなるという側面が不可避である．本研究ではこれを克服し高精度な固有値評価を求めるため，ハイパーサークル法を用いた固有値の粗い評価と Lehmann-Goerisch の定理を組み合わせて，一般的な自己共役微分作用素の高精度な固有値評価理論を提案した.

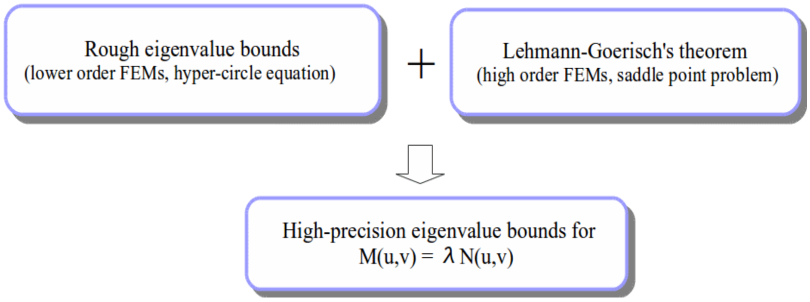

図５．ハイパーサークル法を用いた評価と Lehmann−Goerisch の定理を組み合わせた高精度固有値の精度保証付き評価方法

Lehmann-Goerisch の定理を利用して，評価したい固有値の次の固有値の下界をもとに，対象の固有値の下界評価を高次の有限要素を用いて高精度に求める手法を Plum 氏らが提唱している．しかし，従来の研究において Lehmann-Goerisch の定理を問題に応用する際，関数空間の設定がとても難しく神経を使う課題となる．実際，Goerisch 氏，Plum 氏などは spectral shift 法による関数空間の設定を行っているが，数値計算に多くの手間が必要となってしまう．本研究で使用している有限要素法は領域の形に自然に対応でき，関数空間の設定では困る事はなく強力な道具といえる．そこで，本研究では混合型有限要素法の研究において発展した鞍点理論とその計算手法，Lehmann-Goerisch の定理を組み合わせ，Laplace 作用素や重調和作用素の高精度な固有値評価理論を確立した．当該理論によって，数値解析のみならず数学解析分野でも有名な Poincaré 定数の定量的評価の厳密に正しい有効数字が8桁以上になるなど，目覚ましく高精度な評価が得られるようになった．

４．９ 高次補間関数の誤差定数の評価方法（早稲田大学グループ）

(1)研究実施内容及び成果

本研究はこれまでに本グループの劉・大石によって提案され，幅広く利用されてきた ハイパーサークル法の一般化である．有限要素法は数値解析の手法として広く知られ，関数解析との相性の良さから数学的な背景が整っている．この特徴を生かし，特に中尾の方法や Newton-Kantorovich の定理を利用する非線形作用素方程式の解に対する精度保証付き数値計算手法においては有限要素法の定量的な事前誤差評価が重要な役割を果たす．ハイパーサークル法を用いれば，任意の多角形領域上においても容易に事前誤差評価を得ることができ，非凸な角に現れる特異性（2 階微分の可積分性の欠如）も処理することができる．これによって領域の形状に左右されないユニバーサルな精度保証付き評価手法が構築でき，さらに評価の高精度化により従来検証の困難であった非自明解の解の検証が可能になる．

これまでのハイパーサークル法では，区分的に線形な補間関数を用いた際の事前誤差評価を与えているのみであった．そこで本研究では，特に hp-FEM というメッシュサイズと基底の次数を任意に変える有限要素法を想定し，ハイパーサークル法を一般化することで，任意の多角形領域上に定義された Poisson 方程式の解に対する高精度な事前誤差評価を導いた．高次補間関数の誤差定数を定量的に算出する手法はこれまでになく，任意形状，任意次数で事前誤差評価が算出可能な汎用性の高い手法が完成した．

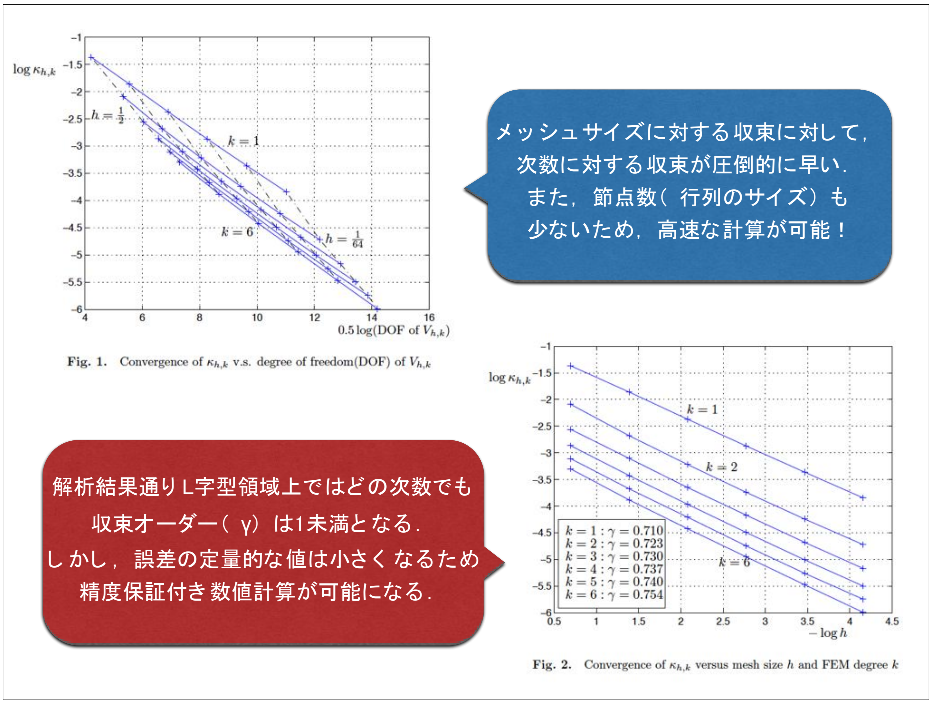

Fig. 1. Convergence of $\kappa_{h,k}$ v.s. degree of freedom(DOF) of $V_{h,k}$

Fig. 2. Convergence of $\kappa_{h,k}$ versus mesh size h and FEM degree k

図６．高次有限要素法の定量的事前誤差評価結果

4．10　パラメーター依存方程式の精度保証付き数値計算による解曲線の追跡方法の開発（早稲田大学グループ）

(1)研究実施内容及び成果

楕円型偏微分方程式の大域的解構造の理解を精度保証付き数値計算によって得る事を試みた．特に Ambrosetti-Prodi 問題とよばれるパラメーター依存方程式を考え，陰関数の定理をもとに解の分岐構造を明らかにする事が本研究の目的である．本手法は ハイパーサークル法の利点である任意の多角形領域に適用可能である特徴をもち，領域の形状と解構造の解析を計算機によって行うことができる．Ambrosetti-Prodi 問題は次のような非線形楕円型方程式によって表される．

$$(AP)\begin{cases} -\Delta u = u^p + \lambda\varphi & \text{in } \Omega, \\ u > 0 & \text{in } \Omega, \\ u = 0 & \text{on } \partial\Omega. \end{cases}$$

領域Ωは2次元空間上の有界多角形領域とし，$1<p<\infty$とする．　$\varphi \in L^\infty(\Omega)$ は正値関数である．領域Ωが十分滑らかな場合は，Ambrosetti-Prodi によって（AP）の解構造の一部が知られている．

本研究では，正方領域上での（AP）の非自明解に対する分岐図を精度保証付き数値計算によって連続的に追跡する事に成功した．その結果を図7に示す．図7は囲まれた範囲内に解曲線が一意に存在することを計算機援用証明した一例である.これにより，(AP) はパラメーターλを動かす事により，一度サドルノード分岐を起こし，その後λ=0の非自明解へと変化していく「U 字」の分岐構造を持つ事が分かる．λ=0 の非自明な正値解は Dancer によって大域的に一意である事が示されているので，分岐図はその非自明解に到達していると観察できる．

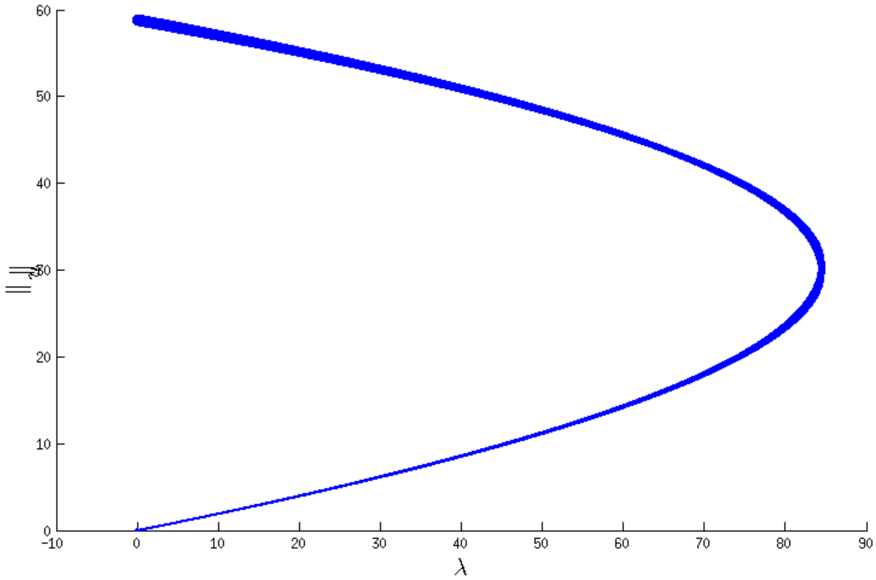

図７．（AP）の分岐図（正方領域）

上記のように精度保証付き数値計算を用いて楕円型方程式の解挙動を把握することができる. さらに本手法は, 任意多角形領域に対応しているため, 非自明解に領域の変化がもたらす影響を観察する事が可能となり, 解析分野に精度保証付き数値計算が寄与出来る結果となっている.

4．11　放物型偏微分方程式の初期値境界値問題に対する精度保証付き数値計算法（早稲田大学グループ）

(1)研究実施内容及び成果

「中尾の方法」と呼ばれる手法を基礎として, 偏微分方程式の初期値境界値問題に対する精度保証付き数値計算法に関連する研究を行い, 主に以下のような成果を得た.

- 線形放物型問題の事前誤差評価法
- 非線形放物型問題の解の存在性・存在範囲を計算機上で検証する手法の開発
- 離散スキームの選択によっては, 解の検証に必要な評価定数が発散することを例証

線形放物型問題に対し, 時間方向・空間方向ともに有限要素法を用いた離散近似解を定義し, 離散近似解とその誤差の双方について解析的な評価式を導出, それらを結合することにより, 解を与える作用素のノルム評価を導出する手法[中尾・木下・木村, Computing, 2012]が開発されていたが, この手法は時間方向の離散化に難があり, 空間方向の半離散化により得られる常微分方程式系が硬い場合は非常に細かい離散化が必要となり計算量が非常に大きい. また, 前述の手法とは異なる離散スキームに基づく手法[中尾・橋本, Math-for-industry, 2009]も提案されたが, この手法は検証に必要な評価定数の値が大きくなり失敗することがあった.

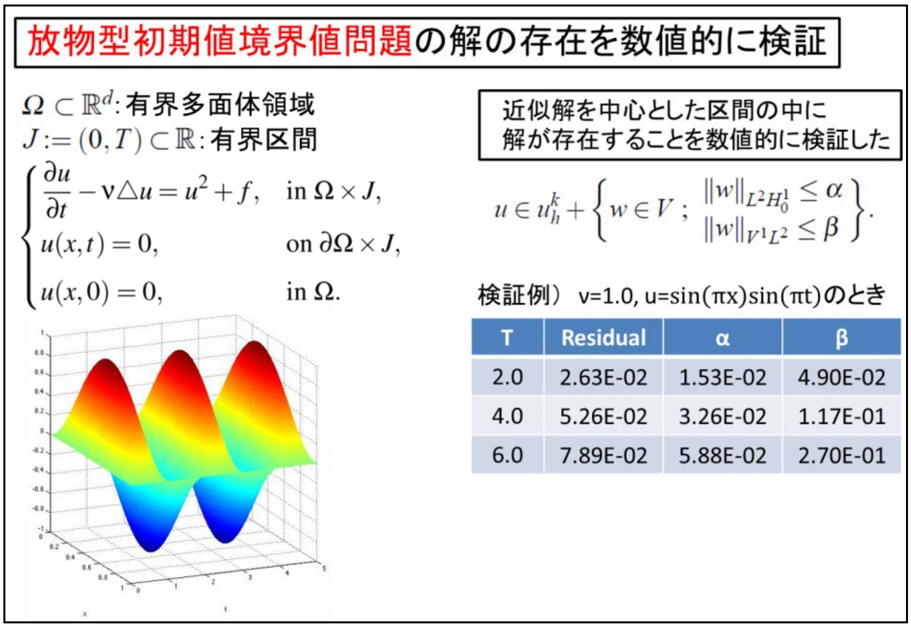

図８．放物型初期値境界値問題に対する精度保証付き数値計算例

本研究では，時間方向の離散化方法について特に留意し，上記手法とは異なる離散スキームを基にする新しい精度保証手法を開発した．[2]では[中尾・橋本，Math-for-industry, 2009]における評価定数の不安定性を示した．これは時間方向の離散スキームの選択が重要であることを意味している．そして線形問題に対し，空間方向の半離散化により得られる常微分方程式系の解の行列指数関数を用いた表現に基づく補間を考えることで，方程式の硬さに対応した誤差評価法を提案した[3]．そして，線形問題の手法[3]の拡張により，非線形放物型問題の解の存在性･存在範囲を計算機上で検証する手法[4]を提案した（図8）．以上の成果は，既存の手法と比して，離散近似を細かくしなくても解の存在範囲が精度保証できるという利点がある．

[2] T. Kimura, T. Kinoshita and M.T. Nakao: Some remarks on the instability of approximate solutions for ODEs, Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE, Vol. 4, No. 1, pp. 80-87, 2013.
[3] M.T. Nakao, T. Kimura and T. Kinoshita: Constructive a priori error estimates for a full discrete approximation of the heat equation, SIAM Journal on Numerical Analysis, Vol. 51, pp. 1525-1541, 2013.
[4] T. Kinoshita, T. Kimura and M.T. Nakao: On the a posteriori estimates for inverse operators of linear parabolic equations with applications to the numerical enclosure of solutions for nonlinear problem, Numerische Mathematik, Vol. 126 (4), pp. 679-701, 2014.

４．12　有限要素法の誤差定数の定量的評価とラプラス作用素の精度保証付き固有値計算に関する Web アプリケーションの開発（早稲田大学グループ）

(1)研究実施内容及び成果

有限要素法の古典的な誤差評価は従来，収束オーダーや安定性の評価などの定性的な評価が主流であったが，本研究では精度保証付き数値計算を用いて，これらの定量的な誤差評価を可能にした．所望の誤差評価は微分作用素の固有値問題に帰着する．微分作用素の固有値はその下界評価が難しい事で有名である．本グループの劉･大石は微

分作用素の固有値の下限を計算機によって厳密に計算する理論を切り開くことに成功し，また従来の数学解析では処理の困難であった偏微分方程式の領域の非凸な角に現れる解の特異性を自動的に処理することが可能になる汎用的な計算理論を構築した．これらの結果は Web アプリケーションとして公開されており，世界中の人がブラウザ上で高速，高精度そして高信頼な計算を気軽に実行することができる．図9は Web アプリケーションのスクリーンショットを写したものである．
http://www.xfliu.org/onlinelab

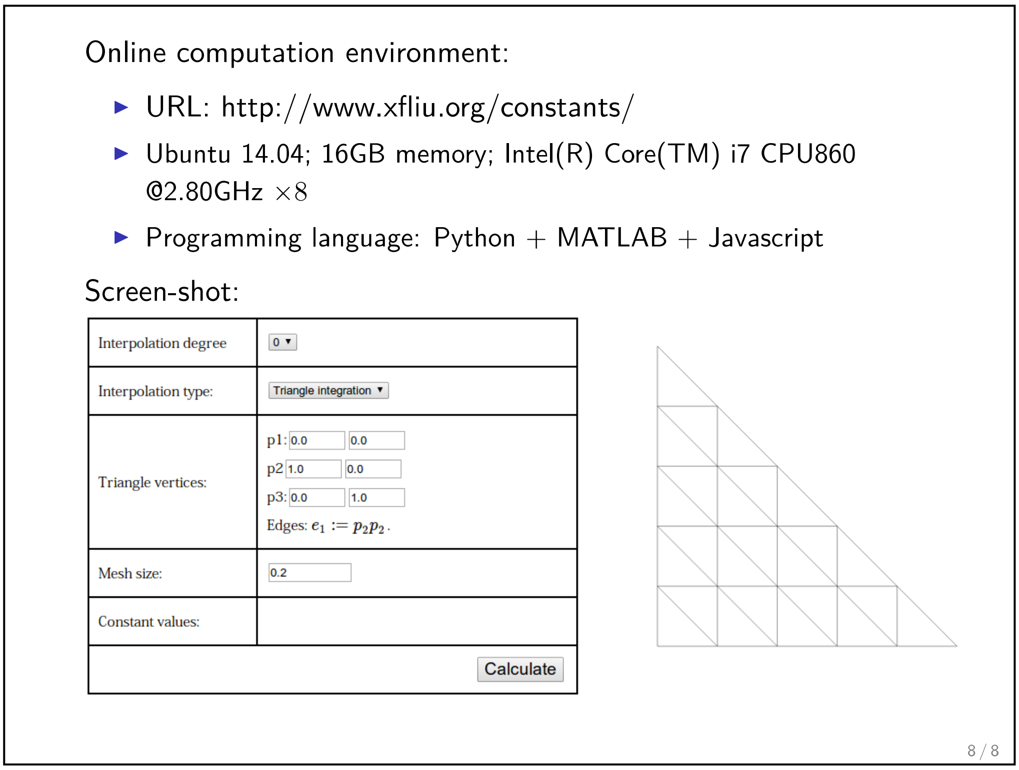

図９．Web アプリケーションのスクリーンショット

4．13　区間演算法と初等関数の精度保証（早稲田大学グループ）

(1)研究実施内容及び成果

精度保証付き数値計算の基礎技術である区間演算を，最近点への丸めモードのみで達成する計算法を考案した．また，これらを基礎技術として，倍精度演算のみで倍精度より高精度な計算結果を得る高精度計算法の構築や，初等・特殊関数等の高可搬・高精度・高速な計算法の構築を行なった．これらの提案手法は元来，非線形問題や数値積分の計算結果を高精度かつ高速に得るために研究されたものであるが，この発展により，様々な問題の高精度・高速な計算法を構築できるようになった．

提案された最近点への丸めモードによる区間演算の手法は，現在の電子計算機による数値計算の主流である，IEEE 754 標準規格の浮動小数点数を基礎としている．IEEE 754 標準規格は浮動小数点規格のひとつであり，「電子計算機の中における数の表現」や「四則演算と平方根の演算結果精度」，「丸め」，「例外」などを定めている．実数を直接扱えない代わりに，浮動小数点数を扱っているため，数値計算には必ず誤差が伴い，電子計算機の誕生当初から問題点として認識されてきた．その結果，計算法に安定性等について多くの知見が得られ，多くの優れた計算法は誤差の影響がなるべく小さくなるように設計されている．しかし実際の計算において丸め誤差の影響を全て把握することは難しく，既存の計算法の大半は，計算結果の精度について確実な保証を与える事はできない．そ

のため計算機の中で数学的な計算結果を正しく保持するために，区間の概念が自然に導入される．区間は数の集合を表し，その区間内の全ての数を表す．数学的な計算結果より大きい(または小さい)浮動小数点数の中で最も計算結果に近い値を得るのに，広く丸めの変更を用いた方法が利用されてきた．丸めとは IEEE 754 標準規格において規定されている浮動小数点数の演算の際のパラメーターの一つで，数学的な計算結果に対して，どのような浮動小数点数を返すかということを定めている．IEEE 754 標準規格においては，最近点への丸め，上向き丸め，下向き丸め，ゼロへの丸めの4つの丸めが定義されおり，浮動小数点数を用いた区間の四則演算においては，上向き丸めと下向き丸めを利用してそれぞれ計算を行なえば，数学的な結果を含む最も区間幅の小さな区間を得る事が知られていた．一方で，丸めの変更はそれなりに実行時間がかかるだけでなく，利用しているプラットフォームやコンパイラによって利用命令が大きく異なり，計算環境によっては丸めの指定が無い物も多く存在する．これらの問題点を克服するため，最近点への丸めのみの計算を利用した区間演算法を提案した．提案手法は無誤差変換を用いて，倍精度で表す事のできない計算誤差の部分まで明示的に計算し，計算誤差の値の正負を判定する事で，数学的な結果がどの区間に含まれているのかを判定するものである．提案手法を利用する事により，丸めの変更を行なわずに区間演算を行なえるだけでなく，最近点への丸めのみを用いているため，既存の高精度計算ルーチンを直接利用できることから，高精度な区間演算を構築する事が容易となった．

また，この提案手法に基づき，最近点への丸めモードを用いた区間演算の精度保証付き数値計算法を実装した Scilab で動作するツールボックス VTOOLS (Verification Toolbox for Scilab)を開発した．区間演算を最近点への丸めモードのみで実現しているため，プログラムコードのポータビリティが非常に高い方法である．また，連立一次方程式や固有値問題，特異値問題に対する精度保証アルゴリズムも実装済である．このツールボックスは Scilab Toolbox Japan Contest 2010 における一般カテゴリ部門で最優秀賞を受賞した．

最近点への丸めモードのみで作成した区間演算は，多くのプラットフォームで簡単に利用できるだけでなく，区間演算をさらに高精度化することも容易にした．倍精度演算のみで倍精度数より高精度な結果を得る方法として，Hida, Li, Bailey らが考案した QD/DD が広く知られている．QD/DD は四倍精度や八倍精度に特化しており，倍精度演算を用いない任意精度の計算法に比べて高速に計算できるという特徴を持つ．我々は DD を基礎として，四倍精度四則演算法の誤差解析を行ない，高可搬で高速な四倍精度区間演算法の構築を行なった．この計算法も最近点への丸めモードのみで動作し，これにより，高速な実行時間を保ったままプログラムレベルで精度の変更を簡単に行なえるようになった．

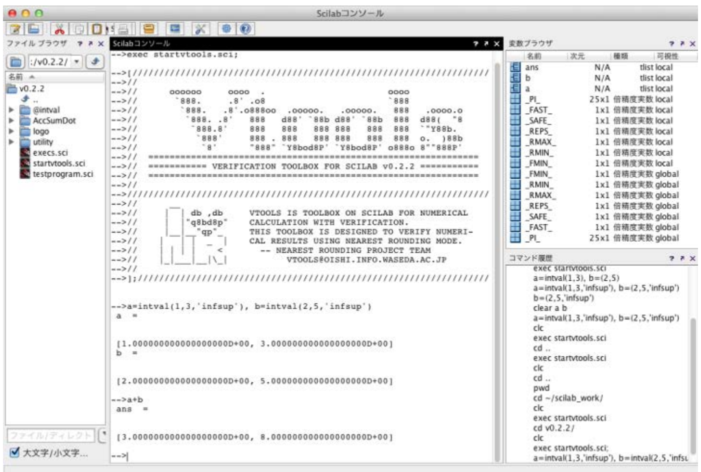

図10: Scilab 上のツールボックス VTOOLS

高速で高可搬な四倍精度区間演算法の構築により，工学で頻繁に利用される指数関数，対数関数，三角関数などの初等関数に対して約四倍精度の結果を与える精度保証付き数値計算法を考案した．これらの四倍精度区間演算法に基づく精度保証付き初等関数計算法も，すべて最近点への丸めモードのみで実現しているため，プログラムコードのポータビリティが非常に高い方法である．これまでに四倍精度程度の精度を保証する計算法は多倍長に基づく計算法が知られていたが，本提案手法の提案により倍精度浮動小数点数に基づく計算法が高速に計算できることを示した．

また，我々は特殊関数の高可搬な精度保証法の構築も行なった．これまでの基礎演算の誤差評価や初等関数計算法などの構築により，誤差関数などの計算法は構築することが可能となったが，数値積分の取り扱いなどを含む特殊関数計算法については，実行時間が多く掛かってしまうことや，入力される値によっては内部での精度が不足する場合が有ることが実験的に判明した．この問題に対し，大きく二つの方法でこれらの問題をクリアすることに成功した．

一つ目は，特殊関数計算法の出力結果に必要な精度を達成する，高速かつ高精度な二重指数関数型積分公式に基づく精度保証付き自動積分法を採用したことである．一般に，数値積分の実行時間の多くは，必要とする分点数の関数値計算時間が占める．しかし要求精度を満たすような分点数を事前に把握する事は容易ではないため，多くの数値積分法では得られた結果を見て，要求精度を満たしているか否かの判定を繰り返している．その結果実際に必要な分点数より多くの関数値計算を行なっていることが多く，結果的に実行時間にも直接的な影響を与えていた．この問題点に対し，提案手法は数値積分を行なう過程で発生する全ての誤差を事前に把握するよう試み，要求精度を満たすような分点数を事前に把握することで，二重指数関数型積分公式を利用した高速な計算手法と比べ，必要な分点を減らす事に成功し，結果的に二重指数関数型数値積分公式を利用した近似計算手法と，実行時間的にほぼ同等か，時にそれより高速に精度保証された計算結果を得る事ができるようになった．

4．14　大規模スパース系に対する精度保証法：一般対称行列（東京女子大学グループ）

(1)研究実施内容及び成果

対称スパース系線形方程式に対して，複数の固有値の上界および下界評価を利用した精度保証法を提案した（図11）．

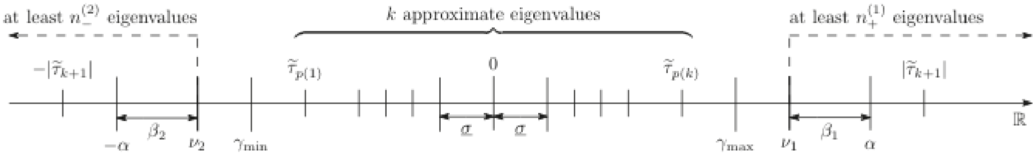

図11： 対称行列の絶対値最小固有値の精度保証

本手法では，ダイレクトスパース解法によりスパース行列を分解し，その行列分解等で発生する数値計算誤差をすべて高速に把握した上で，行列に関する慣性則・固有値の摂動理論・評価理論によって，特定の固有値のみ狙い撃ちで精度保証する．

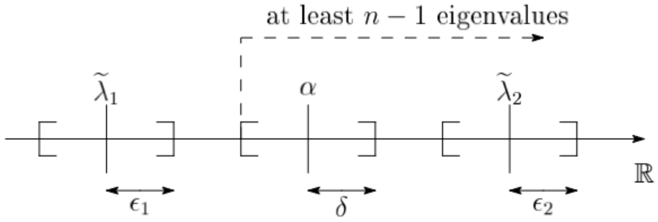

図12： 特定の固有値の精度保証

さらに，この方法を非対称系に拡張する方法も考案した．これにより，従来，精度保証が不可能または困難であった問題について，それが可能となる問題の範囲が拡張された．

また，本手法では，ダイレクトスパース解法として通常の $\mathrm{LDL^T}$ 分解よりも安定性が高い対角軸交換法（ブロック $\mathrm{LDL^T}$ 分解）を用いているが，精度保証を高速に実行するためには，対角軸交換法の後退誤差解析が有用となる．そして，この誤差解析のために，2元連立一次方程式

$$Ey = f$$

の数値解に対する後退誤差解析が必要となる．すなわち，数値解 $\widetilde{y}$ に対して

$$(E + \Delta E)\widetilde{y} = f, \quad |\Delta E| \le \epsilon_c |E|$$

が成り立つとき，正定数 ϵ_c の上限を求めることが問題である．これまでにも対角軸交換法の安定性解析のために，そのような誤差解析はなされていたが，精度保証を意識したものではなかったため，厳密性に欠けたものであった．そこで，本研究では，精度保証付き数値計算で利用可能にするため，誤差解析を再考し，以下のような結果を得た．

$$\epsilon_c \le \begin{cases} 4\gamma_2 & \textsf{(GEPP)} \\ \frac{1}{6}\gamma_{298} & \textsf{(explicit inverse w/o scaling)} \\ \frac{1}{6}\gamma_{556} & \textsf{(explicit inverse with scaling)} \end{cases}$$

上から順に，ガウスの消去法，逆行列計算（スケーリング無し），逆行列計算（スケーリング有り）を用いた場合のそれぞれの誤差限界を意味する．ただし，$\mathbf{u}$ を丸めの単位相対誤差（IEEE 754倍精度では，$\mathbf{u} = 2^{-53} \sim 10^{-16}$ とすると

$$\gamma_m := \frac{m\mathbf{u}}{1 - m\mathbf{u}}$$

である．これによって，対角軸交換法の厳密な後退誤差評価を得ることができたため，精度保証付き数値計算で利用可能となった．

4．15　大規模スパース系に対する精度保証法：H 行列（東京女子大学グループ・早稲田大学グループ）

(1)研究実施内容及び成果

大規模でスパースな H 行列（一般化優対角行列）に対する高精度かつ高速な精度保証法を開発した．これは，行列やその比較行列が単調性を持つような場合に適用可能である．提案方式は，非定常反復解法の利用に対応可能であり，行列のスパース性を保持しながら大規模な問題に適用可能であるため，「100万次元の連立非線形方程式を精度保証付き数値計算によって解く方式を設計する」という目標の達成に大きく貢献した．

具体的には，以下のようなテスト行列を用いて数値実験を行った．テスト行列の前半は，フロリダ大学のスパース行列コレクションのものであり，これは応用上の実問題を含む．テスト行列の後半は，スパースな乱数行列であり，提案方式の汎用性を調べた．

表：テスト行列

Problem	n	nnz	cond	Class
Bourchtein/atmosmodd	1,270,432	8,814,880	$9.02 \cdot 10^3$	SDD/H
Bourchtein/atmosmodl	1,489,752	10,319,760	$1.47 \cdot 10^3$	SDD/H
Hamm/memplus	17,758	99,147	$1.29 \cdot 10^5$	H
HB/1138_bus	1,138	4,054	$8.57 \cdot 10^6$	M
HB/sherman3	5,005	20,033	$5.01 \cdot 10^{17}$	SDD/M
Sandia/ASIC_100ks	99,190	578,890	$9.30 \cdot 10^9$	SDD/H
Simon/raefsky5	6,316	167,178	$3.87 \cdot 10^{14}$	H
Simon/raefsky6	3,402	130,371	$1.41 \cdot 10^{16}$	H
Wang/wang3	26,064	177,168	$6.18 \cdot 10^3$	M
Wang/wang4	26,068	177,196	$4.02 \cdot 10^5$	M
Random10K_10	10,000	109,948	$2.05 \cdot 10^4$	H
Random10K_20	10,000	209,767	$7.58 \cdot 10^4$	H
Random100K_10	100,000	1,099,926	n/a	H
Random100K_20	100,000	2,099,772	n/a	H
Random1M_10	1,000,000	10,999,949	n/a	H
Random1M_20	1,000,000	20,999,785	n/a	H

nnz: the number of nonzero elements, cond: condition number
n/a: not available due to memory limitations
SDD: strictly diagonally dominant, M: *M*-matrix, H: *H*-matrix

このようなテスト行列に対して，各種提案方式によって精度保証した結果をまとめたものが，以下の表である．

表：各種提案方式による精度保証結果（数値解の相対誤差限界の中央値）

Problem	I	II	III	IV
Bourchtein/atmosmodd	$1.51 \cdot 10^{-11}$	$4.12 \cdot 10^{-12}$	$4.17 \cdot 10^{-12}$	$2.59 \cdot 10^{-6}$
Bourchtein/atmosmodl	$5.69 \cdot 10^{-11}$	$2.15 \cdot 10^{-11}$	$2.16 \cdot 10^{-11}$	$6.90 \cdot 10^{-6}$
Hamm/memplus	$2.21 \cdot 10^{-11}$	$1.74 \cdot 10^{-11}$	$1.76 \cdot 10^{-11}$	$5.61 \cdot 10^{-7}$
HB/1138_bus	$9.56 \cdot 10^{-11}$	$8.24 \cdot 10^{-11}$	$8.24 \cdot 10^{-11}$	$8.40 \cdot 10^{-8}$
HB/sherman3	$1.74 \cdot 10^{-5}$	$1.48 \cdot 10^{-6}$	$1.48 \cdot 10^{-6}$	$3.54 \cdot 10^{-3}$
Sandia/ASIC_100ks	$2.25 \cdot 10^{-11}$	$9.48 \cdot 10^{-12}$	$9.48 \cdot 10^{-12}$	$3.21 \cdot 10^{-8}$
Simon/raefsky5	$5.07 \cdot 10^{-15}$	$4.39 \cdot 10^{-15}$	$4.42 \cdot 10^{-15}$	$2.62 \cdot 10^{-11}$
Simon/raefsky6	$4.67 \cdot 10^{-15}$	$4.00 \cdot 10^{-15}$	$4.00 \cdot 10^{-15}$	$6.76 \cdot 10^{-10}$
Wang/wang3	$4.44 \cdot 10^{-11}$	$7.20 \cdot 10^{-12}$	$7.21 \cdot 10^{-12}$	$3.44 \cdot 10^{-8}$
Wang/wang4	$3.79 \cdot 10^{-13}$	$8.03 \cdot 10^{-14}$	$8.03 \cdot 10^{-13}$	$6.71 \cdot 10^{-9}$
Random10K_10	$1.96 \cdot 10^{-7}$	$6.16 \cdot 10^{-11}$	$6.16 \cdot 10^{-11}$	$5.83 \cdot 10^{-9}$
Random10K_20	$4.15 \cdot 10^{-8}$	$1.33 \cdot 10^{-11}$	$1.33 \cdot 10^{-11}$	$9.23 \cdot 10^{-9}$
Random100K_10	$1.51 \cdot 10^{-8}$	$9.69 \cdot 10^{-12}$	$9.69 \cdot 10^{-12}$	$2.38 \cdot 10^{-7}$
Random100K_20	$2.97 \cdot 10^{-6}$	$2.15 \cdot 10^{-10}$	$2.15 \cdot 10^{-10}$	$2.93 \cdot 10^{-6}$
Random1M_10	$6.36 \cdot 10^{-7}$	$4.46 \cdot 10^{-11}$	$4.46 \cdot 10^{-11}$	$4.22 \cdot 10^{-6}$
Random1M_20	$2.51 \cdot 10^{-5}$	$2.15 \cdot 10^{-9}$	$2.15 \cdot 10^{-9}$	$3.15 \cdot 10^{-4}$

したがって，100 万次元以上の問題についても，スパース行列の構造を巧みに利用することによって，その解の精度保証が可能となった．

4．16　悪条件問題の精度保証法（東京女子大学グループ）

(1)研究実施内容及び成果

悪条件行列に適用可能なロバストな逆 LU 分解・逆 QR 分解のアルゴリズムを開発した．

1: Put $X_0 = I$ and $k = 1$. (I: indentity matrix)
2: $B_k \leftarrow \{X_{k-1} \cdot A\}_k^1$. [higher prec. / working prec.]
3: If $\kappa(B_k) \approx 1$, then stop.
4: Matrix factorization $B_k \approx G_k H_k$ with $\kappa(B_k) \approx \kappa(G_k)$.
5: $T_k \approx G_k^{-1}$.
6: $X_k \leftarrow \{T_k \cdot X_{k-1}\}_k^k$. [higher prec. / higher prec.]
7: Update $k \leftarrow k+1$ and return to 2.

ロバストな逆行列分解アルゴリズム

これは，従来の信頼性の高い高速な数値計算アルゴリズムと高精度計算を融合することに成功した革新的な方式であり，問題の難しさに応じて反復計算によって計算精度を増加させる適応的なアルゴリズムを開発可能となる．本研究成果に関連した論文が，この分野で最も権威のある SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications で出版されて以来，長期に渡って月間ダウンロード数の上位を維持した（2010 年 8 月から 2011 年 2 月までの7ヶ月連続）．それに引き続き，ロバストな逆 Cholesky 分解アルゴリズムや行列式の高精度計算アルゴリズムを提案した．これらにより，通常の数値計算アルゴリズムでは，まったく正しくない解が得られてしまうような悪条件な問題についても，効率良く高精度な解を得ることが可能となった（図13）．

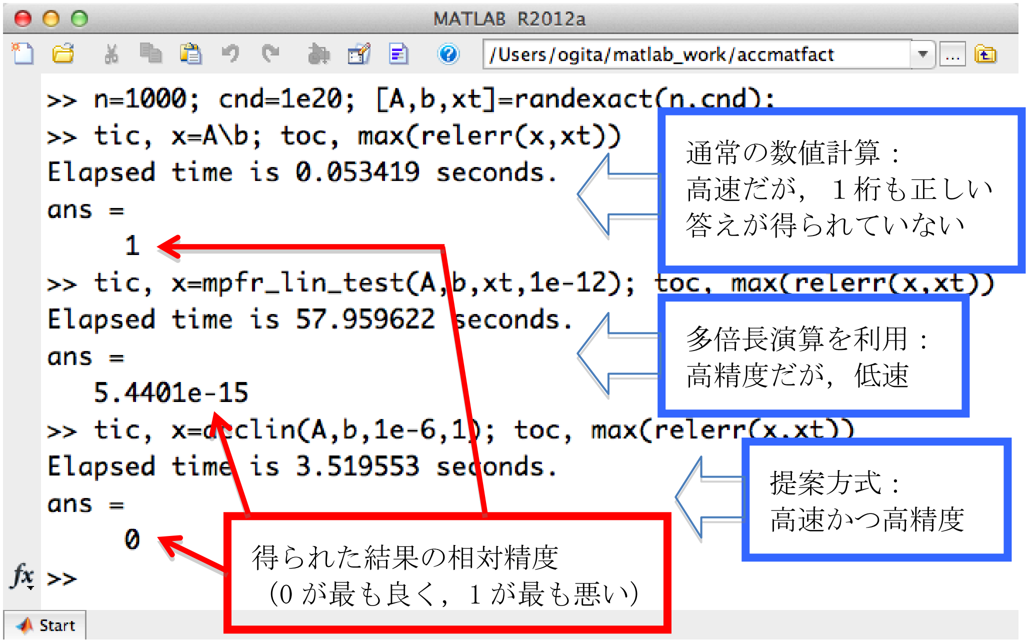

図13：高精度行列分解アルゴリズムによる悪条件線形方程式の高精度数値計算結果

これらの成果は既に国際論文誌で論文として発表済みである．そのアルゴリズムの中で，主な計算コストを要する高精度行列積について，高速かつ高精度なアルゴリズムを芝浦工業大学グループが開発し，その結果，高精度な行列分解に必要な計算時間を大幅に削減することに成功した．

4．17　高精度な行列積の計算法（芝浦工業大学グループ）

(1)研究実施内容及び成果

行列の積は，科学技術計算の基本として広く使用されている．よって，その高精度な結果を求めること，または結果に対する保証を行うことは重要である．ただし，従来の行列乗算のために用いられる関数は，データの再利用・並列計算などの最新の技術が BLAS に導入されている．この優れた BLAS の関数を利用しながら，結果を高精度化する手法を開発した．鍵となる技術として，成分がすべて浮動小数点数で表現される2つの行列A, Bを

$$A = A1 + A2 + A3 + \cdots + Ak, \qquad B = B1 + B2 + B3 + \cdots + Bk$$

と分解するエラーフリー変換法を提案した．ここで，すべての$Ai * Bj$に対して浮動小数点演算を行っても誤差は発生しないように$A1$からAk，また$B1$からBkを生成できることを証明した．この分解は高精度行列積に非常に有用であるうえに，性能がチューニングされた BLAS の関数を主に用いるために，高速かつ並列性が非常に高いことが示された．この手法の特徴や効果について，図14にまとめた．

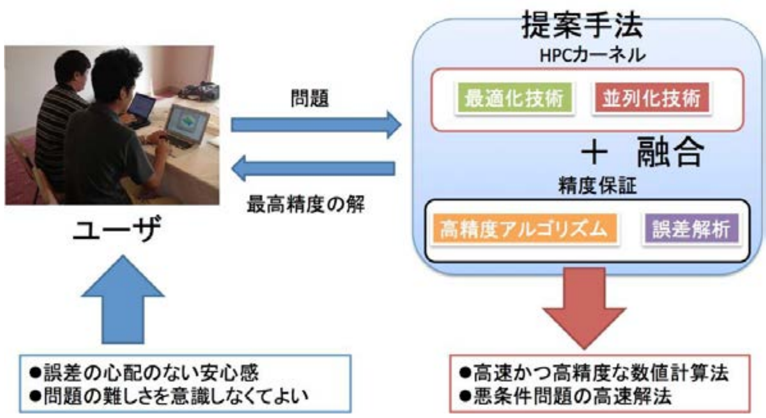

図14：高精度行列積の特徴

開発した変換法を元にして,「行列積を行列の和に変換する手法」,「高精度な計算法」,「行列積のタイトな区間包括」について成果を挙げることができた. 行列積のタイトな区間包括については, 提案後すぐに他の研究者が利用している. さらに提案手法は, 東京女子大学チームが進める悪条件問題に対する精度保証法の研究の基礎計算として活躍しているとともに, 精度保証の他の研究者から実際に使用されている. また, 提案アルゴリズムが元で, 大規模計算機環境で実装を行う学際大規模情報基盤共同利用・共同研究拠点のプロジェクト「高精度行列 - 行列積アルゴリズムにおける並列化手法の開発」を2年間推進した. さらなる発展として, 行列積に対するエラーフリー変換として, アルゴリズム中の行列積の回数を最適化する手法も提案できた.

4. 18　区間演算の高速化(芝浦工業大学グループ)

(1)研究実施内容及び成果

精度保証付き数値計算の基盤技術として, 区間演算がある. 線形計算において重要な役割を担う区間行列と区間行列の積, また点行列と区間行列の積について, 従来手法よりも高速な方式を提案した. 従来の手法が行列積を2～4回必要なのに対して提案手法は最低行列積1回で区間演算可能であり, 点行列と点行列の積とほぼ同等の計算時間で計算ができる.　また, 行列積2回を必要とする手法, 行列積3回を必要とする手法が提案されていたが, 計算される区間の幅が同等,もしくは改良される手法を提案できた.

また, 高速な低精度演算を有効利用して区間演算を高速化した. 区間行列積に対しては, 今用いている精度よりも低い精度を利用しても, ほぼ計算結果に影響をしないことに着目し, 倍精度演算に対して単精度演算を利用した成果について発表した. 提案手法は, 先行研究と同様の区間を返しながらも, 25%～33%高速に計算することができた.

4. 19　浮動小数点フィルタの開発(芝浦工業大学グループ)

(1)研究実施内容及び成果

有限桁の数値計算では誤差の影響で不正確な計算結果を得ることがある. 計算幾何学のアルゴリズムは, 実数演算のように正確な計算が行われると仮定して設計されていることが多い. よって, 誤差の影響から予想もしない結果を得てしまうことが問題となっている. この問題に対して数値計算を利用しながらも, 結果の精度を保証する精度保証付き数値計算の技術を導入し, 計算幾何学における誤差の問題を克服することを目標とした. 計算幾何学における研究の概要を図15に示した.

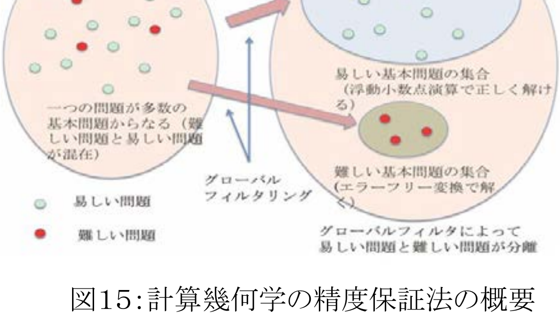

図15:計算幾何学の精度保証法の概要

2次元平面上における計算幾何学の問題では, よく点と有向直線の位置関係の判定問題が基礎判定として用いられる. 凸包・線分と線分の交差判定・点とポリゴンの内外判定などに用いられる. 位置関係は 3 次の正方行列の行列式の符号を計算することにより, 計算機により判定ができる. ただし, 上述の誤差の問題により, 有向直線の左にある点を右, 右

にある点を左と間違えて判定されることが問題となっていた．まず，計算結果の符号が正しいことの十分条件を高速に確認する浮動小数点フィルタという技術に着目し，その高速・高精度化の研究を行った．従来法として知られている方法は，オーバーフローやアンダーフローが起きないことを仮定して設計されている場合や，オーバーフローやアンダーフローのための特別な分岐処理が必要であった．最低でも3回の分岐処理を必要とし，計算の低速化を招いていた．

本研究成果として，IEEE 754 規格の性質と浮動小数点演算の誤差解析の技術を駆使し，オーバーフローやアンダーフローに対する特別な分岐処理を必要とせず，たった 1 回の分岐処理において行列式の計算値の符号を保証することが可能となった．また誤差解析における係数は従来法よりも小さく設計できた．従来法と提案手法のフローの違いを図16に示した．また浮動小数点フィルターに関して，前述の成果を応用する形で，すべての点の組み合わせから考えられる行列式の計算値に対して，共通の誤差限界を求める手法についても先行研究から改善された結果を出すことができた．

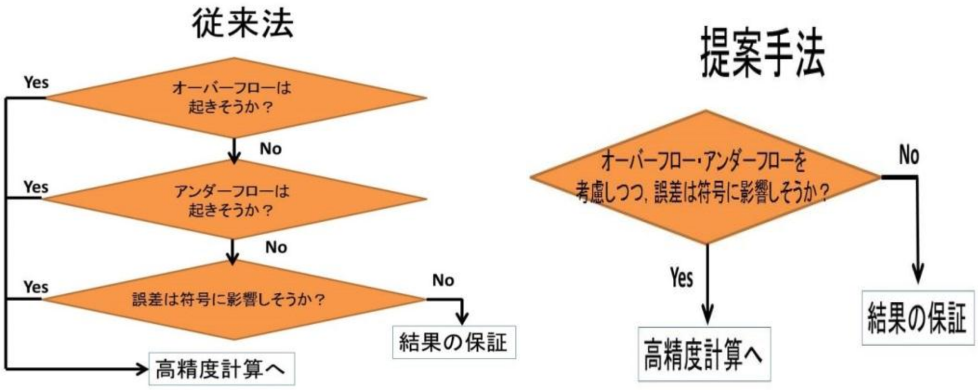

図16：浮動小数点フィルターにおける従来法と提案手法のフローの違い

4．20　計算幾何学に対する精度保証数値計算の応用（芝浦工業大学グループ）

(1)研究実施内容及び成果

前述した凸包を求める逐次添加法・包装法・Quick Hull などのアルゴリズムに浮動小数点フィルタを組み込み，ベンチマークを行った．行列式の計算に対して誤差を含む通常の数値計算を用いた場合と浮動小数点フィルタ（を含む精度保証）を用いた場合の計算時間を比較すると2割程度の差しかなく，当初の近似計算に対して2倍以内で完全精度保証化を行う目標は多くの問題に対して達成できている．

また Graham のアルゴリズムに対しては，精度保証をアルゴリズムの1ステップごとの動作を保証する方法をとして提案せず，ある点に対して点が（反）時計回りにソートされたかを高速に検証する手法を開発した．結果として，n 点の入力に対して精度保証に必要な追加的計算コストは O(n)となり，凸包を求める際の $n \log_2 n$ 計算量に比べて少なく設計できた．実際の数値実験結果を見ても，精度保証化による計算時間の増加は近似計算に対して5％程度と，良好な結果と言える．

また，「計算の結果は精度保証が可能な場合のみに採択する」アルゴリズムを開発し，その後修正を行う反復アルゴリズムを提案した．入力に対して，結果が保証されている部分と保証されない部分に分けて処理を進めていき，アルゴリズム終了後に未解決な点について精度保証付きで再検証を行う方式である．このアルゴリズムを用いれば，高精度計算を行わずに正しい結果が得られる可能性があり，また実数入力に対しても有限桁の数値計算を用いながら結果が正しいことを保証可能である．図17左上は入力としての点集合，右上は近似計算による間違えて得られた結果を示した．図17下側には提案する反復アルゴリズムの途中計算を示した．最初は数点に関しては判断を保留し（図17左下），もう一度あとから再考して正しい結果を得ている（図17右下）．

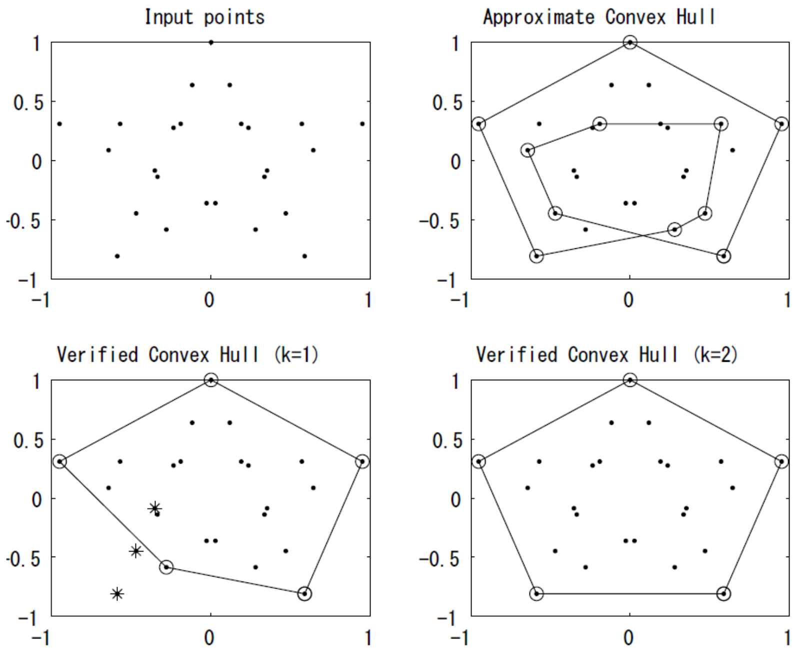

図17:精度保証を応用した凸包の反復アルゴリズム(「・」は入力される点,「○」は凸包の頂点として出力された点,「＊」は判断を保留した点.)

§5 成果発表等

(1) 原著論文発表 (国内(和文)誌 1 件、国際(欧文)誌 38 件)

1. M.T. Nakao, Y. Watanabe, T. Kinoshita, T. Kimura, N. Yamamoto: Some considerations of the invertibility verifications for linear elliptic operators, Japan J. Indust. Appl. Math., Vol. 32, Issue 1, pp. 19-31, 2015.
2. K. Tanaka, A. Takayasu, X. Liu, S. Oishi: Verified norm estimation for the inverse of linear elliptic operators using eigenvalue evaluation, Japan J. Indust. Appl. Math., Vol. 31, Issue 3, pp. 665-679, 2014.
3. Y. Yanagisawa, T. Ogita, S. Oishi: Convergence analysis of an algorithm for accurate inverse Cholesky factorization, Japan J. Indust. Appl. Math., Vol. 31, Issue 3, pp. 461-482, 2014.
4. X. Liu, T. Okayama, S. Oishi: High-precision eigenvalue bound for the Laplacian with singularities, Computer Mathematics (R. Feng et al. eds.), pp.311-323, Springer Berlin Heidelberg, 2014.
5. T. Kinoshita, T. Kimura and M.T. Nakao: On the a posteriori estimates for inverse operators of linear parabolic equations with applications to the numerical enclosure of solutions for nonlinear problem, Numerische Mathematik, 126:4 (2014), 679-701.
6. N. Yamanaka, S. Oishi: Fast quadruple-double floating point format, NOLTA, IEICE, 5:1 (2014), 15-34.
7. Y. Yanagisawa, T. Ogita, S. Oishi: A modified algorithm for accurate inverse Cholesky factorization, Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE, 5:1 (2014) 35-46.
8. A. Takayasu, X. Liu, S. Oishi: Remarks on computable a priori error estimates for finite element solutions of elliptic problems, Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE, 5:1 (2014), 53-63.
9. K. Sekine, A. Takayasu and S. Oishi: An algorithm of identifying parameters satisfying a sufficient condition of Plum's Newton-Kantorovich like existence theorem for nonlinear operator, Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE, 5:1 (2014), 64-79.
10. X. Liu, S. Oishi: Guaranteed high-precision estimation for P0 interpolation constants on triangular finite elements, Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, 30:3 (2013), 635-652.
11. A. Minamihata, K. Sekine, T. Ogita, S. Oishi: Fast verified solutions of sparse linear systems with H-matrices, Reliable Computing, 19:2 (2013), 127-141.
12. K. Ozaki, T. Ogita, S. Oishi, S. M. Rump: Generalization of Error-Free Transformation for Matrix Multiplication and its Application, Nonlinear Theory and its Applications, IEICE, 4:1 (2013), 2-11.
13. Y. Morikura, K. Ozaki, S. Oishi: Verification methods for linear systems using ufp estimation with rounding-to-nearest, Nonlinear Theory and its Applications, IEICE, 4:1 (2013), 12-22.
14. T. Kimura, T. Kinoshita, M.T. Nakao: Some remarks on the instability of approximate solutions for ODEs, Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE, 4:1 (2013), 80-87.
15. A. Takayasu, S. Oishi: A verified continuation algorithm for solution curve of nonlinear elliptic equations, Proceedings of 2013 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA 2013), 2013, 441-444.
16. A. Takayasu, X. Liu, S. Oishi: Verified computations to semilinear elliptic boundary value problems on arbitrary polygonal domains, Nonlinear Theory and its Applications, IEICE, 4:1 (2013), 34-61.

17. T. Kimura: Validated solutions for P-matrix linear complementarity problems, Pacific Journal of Optimization, Yokohama Publishers, 9:3 (2013), 479-491.
18. M.T. Nakao, T. Kimura, T. Kinoshita: Constructive a priori error estimates for a full discrete approximation of the heat equation, SIAM Journal on Numerical Analysis, Society for Industrial and Applied Mathematics, 51 (2013), 1525-1541.
19. X. Liu, S. Oishi: Verified eigenvalue evaluation for Laplacian over polygonal domains of arbitrary shape, SIAM J. Numer. Anal., 51:3 (2013), 1634-1654.
20. Y. Yanagisawa, T. Ogita: Convergence analysis of accurate inverse Cholesky factorization, JSIAM Letters, 5 (2013), 25-28.
21. K. Ozaki, T. Ogita, S. Oishi: A robust algorithm for geometric predicate by error-free determinant transformation, Information and Computation, 216 (2012), 3-13.
22. K. Ozaki, T. Ogita, S. M. Rump, S. Oishi: Fast Algorithms for Floating-point Interval Matrix Multiplication, Journal of Computational and Applied Mathematics, 236 (2012), 1795-1814.
23. K. Ozaki, T. Ogita, S. Oishi, S. M. Rump: Error-Free Transformation of Matrix Multiplication by Using Fast Routines of Matrix Multiplication and its Applications, Numerical Algorithms, 59:1 (2012), 95-118.
24. T. Ogita, S. Oishi: Accurate and robust inverse Cholesky factorization, Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE, 3:1 (2012), 103-111.
25. X. Liu, S. Oishi: On guaranteed eigenvalue estimation of compact differential operator with singularity, Proceedings of 2012 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA 2012), 2012, 812-815.
26. T. Ogita: Accurate and verified numerical computation of the matrix determinant, International Journal of Reliability and Safety, 6:1-3 (2012), 242-254.
27. N. Yamanaka, M. Kashiwagi, S. Oishi, T. Ogita, A Note on a Verified Automatic Integration Algorithm, Reliable Computing, 15:2 (2011), 156-167.
28. 尾崎 克久, 荻田 武史, 大石 進一: 有向丸めの変更を使用しないタイトな行列積の包含方法, 応用数理, 21 巻 3 号 (2011), 22-32.
29. X. Liu, S. Oishi: On verified computation of laplacian eigenvalues over polygonal domain, Proceedings of 2011 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA 2011), Kobe, Japan, 2011, 86-89.
30. A. Takayasu, X. Liu, S. Oishi: Computer assisted proofs for solutions to nonlinear elliptic partial differential equations on arbitrary polygonal domain, Proceedings of 2011 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA 2011), Japan, 2011, 90-93.
31. A. Takayasu, S. Oishi: A Method of Computer Assisted Proof for Nonlinear Two-point Boundary Value Problems Using Higher Order Finite Elements, Nonlinear Theory and its Applications, IEICE, 2:1 (2011), 74-89.
32. K. Ozaki, T. Ogita, S. Oishi: Tight and efficient enclosure of matrix multiplication by using optimized BLAS, Numerical Linear Algebra With Applications, 18:2 (2011), 237-248.
33. K. Ozaki, T. Ogita, S. Oishi: An Algorithm for Automatically Selecting a Suitable Verification Method for Linear Systems, Numerical Algorithms, 56:3 (2011), 363-382.
34. N. Yamanaka, T. Okayama, S. Oishi, T. Ogita: A fast verified automatic integration algorithm using double exponential formula, Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE, 1:1 (2010), 119-132.
35. A. Takayasu, S. Oishi, T. Kubo: Numerical Existence Theorem for Solutions of Two-Point Boundary Value Problems of Nonlinear Differential Equations, Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE, 1:1 (2010), 105-118.
36. S. M. Rump, T. Ogita, S. Oishi: Fast high precision summation, Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE, 1:1 (2010), 2-24.

37. T. Ogita: Accurate matrix factorization: Inverse LU and inverse QR factorizations, SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications, 31:5 (2010), 2477-2497.
38. S. Miyajima, T. Ogita, S. M. Rump, S. Oishi: Fast verification for all eigenpairs in symmetric positive definite generalized eigenvalue problem, Reliable Computing, 14 (2010), 24-45.
39. A. Takayasu, S. Oishi, T. Kubo: A priori inverse operator estimation for guaranteed error estimate, Proceedings of 4th Workshop on Reliable Engineering Computing (REC2010) "Robust Design - Coping with Hazards, Risk and Uncertainty", 2010, 649-664.

(2) その他の著作物（総説、書籍など）

1. 尾崎 克久: 行列積の精度保証付き数値計算, 数学セミナー, 612 (2012 年 10 月号), 日本評論社, 12-15.
2. 山中 脩也: 最近点への丸めによる区間演算, 数学セミナー, 612 (2012 年 10 月号), 日本評論社, 16-20.
3. 荻田 武史: スパース系線形方程式の精度保証付き数値計算, 数学セミナー, 612 (2012 年 10 月号), 日本評論社, 26-31.
4. 荻田 武史: 連立一次方程式の解に対する精度保証付き数値計算, シミュレーション, 31:3 (2012), 139-143.
5. 尾崎 克久: 計算幾何学における計算の信頼性の保証, シミュレーション, 31:3 (2012), 144-148.
6. 尾崎 克久, 荻田 武史: BLASを用いた高精度な行列積アルゴリズムの使用メモリ量の削減とその性能について, 京都大学数理解析研究所講究録, 1791 (2012), 66-75.
7. 高安 亮紀, 劉 雪峰, 大石 進一: A residual bound evaluation of operator equations with Raviart-Thomas finite element, 京都大学数理解析研究所講究録, 1791 (2012), 206-215.
8. 山中 脩也, 大石 進一: 倍精度に基づく四倍精度四則演算法の誤差とその応用, 京都大学数理解析研究所講究録, 1791 (2012), 216-225.
9. 大石 進一（分担）: シミュレーション辞典（日本シミュレーション学会編, ISBN: 978-4-339-02458-6）, コロナ社, 2012.
10. 荻田 武史（分担）: シミュレーション辞典（日本シミュレーション学会編, ISBN: 978-4-339-02458-6）, コロナ社, 2012.
11. 尾崎 克久, 荻田 武史, 大石 進一:有向丸めの変更を使用しないタイトな行列積の包含方法, 応用数理, 21 巻 3 号 (2011), pp.22-32.
12. 尾崎 克久:数値計算と計算幾何, 数理科学, 578 (2011 年 8 月号), pp.20-25.
13. 荻田 武史: エラーフリー変換がもたらす数値計算の新たな方向性, 数理科学, 578 (2011 年 8 月号), 52-53.

(3)国際学会発表及び主要な国内学会発表
① 招待講演　　　　（国内会議 27 件、国際会議 13 件）

「国際会議」
1. A. Takayasu (substitute speaker of S. Oishi): An approach for verified computations of semilinear parabolic equations using the semigroup theory, ICIAM 2014 Scientific Workshop, Ohio, US, May 15, 2014.
2. K. Ozaki: Block Matrix Computations in Terms of a Priori Error Analysis, 2014 Conference on Advanced Topics and Auto Tuning in High Performance Scientific Computing, National Taiwan University, Taipei, Taiwan, March 15, 2014.

3. * A. Takayasu (substitute speaker of S. Oishi): Numerical Verification of Hyperbolicity for 3-Manifolds, The Second International Conference on Engineering and Computational Mathematics (ECM2013), The Hong Kong Polytechnic University, Hong Kong, December 18, 2013.
4. * K. Ozaki: Verified Numerical Computations for Matrix Multiplication based on High Performance BLAS, IEEE MCSoC-13, Auto-Tuning for Multicore and GPU (ATMG), NII, Japan, September 26, 2013.
5. X. Liu: Verified eigenvalue bounds for elliptic operators and applications, Karlsruhe Institute of Technology, Karlsruhe, Germany, September 25, 2013.
6. * T. Ogita: Verified Solutions of Sparse Linear Systems, The 15th GAMM-IMACS International Symposium on Scientific Computing, Computer Arithmetic and Verified Numerical Computations, Novosibirsk, Russia, September 26, 2012.
7. X. Liu: Computable error estimation for finite element method and computer-assisted proof, University of Science and Technology of China, Hefei, China, December 28, 2011.
8. T. Ogita: Computing Tight Bounds on Extreme Eigenvalues of Symmetric Matrices, Japanese-German Workshop on Computer-Assisted Proofs and Verification Methods, Karlsruhe Institute of Technology, Karlsruhe, Germany, September 20, 2011.
9. K. Ozaki: Best Accuracy of Matrix Multiplication by Error-Free Transformation with Level 3 BLAS, Japanese-German Workshop: Computer-Assisted Proofs and Verification Methods, Karlsruhe, Germany, September 20, 2011.
10. X. Liu, S. Oishi: On computable eigenvalue evaluation for elliptic eigen-problem with singularity, Japanese-German Workshop on Computer-Assisted Proofs and Verification Methods, Karlsruhe, Germany, September 18, 2011.
11. K. Ozaki, T. Ogita, S. Oishi: Error-Free Transformation of Matrix Multiplication and Its Related Topics, Dagstuhl Seminar 09471: Computer-assisted Proofs - Tools, Methods and Applications, Dagstuhl, Germany, November 19, 2009.
12. N. Yamanaka, S. Oishi, T. Ogita: A Verified Automatic Contour Integration Algorithm, Dagstuhl Seminar 09471: Computer-assisted Proofs - Tools, Methods and Applications, Dagstuhl, Germany, November 17, 2009.
13. T. Ogita: Robust and Accurate Matrix Factorizations, Dagstuhl Seminar 09471: Computer-assisted Proofs - Tools, Methods and Applications, Dagstuhl, Germany, November 16, 2009.

「国内会議」

1. 高安 亮紀：半線形放物型方程式の初期値境界値問題に対する精度保証付き数値計算法，芝浦工業大学 数理科学科 談話会，芝浦工業大学大宮キャンパス (2014/07/01).
2. 尾崎 克久：計算幾何学の初等計算に対する精度保証付き数値計算とその応用，日本応用数理学会若手の会単独研究会，東京大学本郷キャンパス(2013/12/25).
3. 荻田 武史: 精度保証付き数値計算と高精度計算，2013 年度 応用数学合同研究集会，龍谷大学 瀬田キャンパス (2013/12/20).
4. 尾崎 克久：精度保証のための線形計算基盤の構築に向けて，2013 年ハイパフォーマンスコンピューティングと計算科学シンポジウム（HPCS2013），東京工業大学，蔵前会館 (2013/01/16).
5. 木村 拓馬，木下 武彦，中尾 充宏：放物型問題の解の検証における計算上の注意，2013 年ハイパフォーマンスコンピューティングと計算科学シンポジウム（HPCS2013），東京工業大学，蔵前会館 (2013/01/16).
6. 山中 脩也：区間演算とその応用，2012 年 若手の会 単独研究会，東京大学 (2012/12/26).
7. 荻田 武史: 線形問題に対する精度保証付き数値計算，第 2 回計算力学シンポジウム，日本

学術会議講堂 (2012/12/10).

8. 山中 脩也:精度保証付き数値計算法入門, 第 11 回「計算機を用いた数学研究」GCOE セミナー, 京都大学 (2012/11/30-12/1).
9. 高安 亮紀:任意多角形領域上の半線形偏微分方程式に対する精度保証付き数値計算、第20回「岐阜数理科学セミナー」、岐阜大学 工学部(2012/11/30).
10. 荻田 武史: 連立一次方程式に対する精度保証の現状, 第 4 回横幹連合総合シンポジウム, 日本大学 生産工学部 津田沼キャンパス (2012/11/02).
11. 尾崎 克久:高精度行列積 — 線形計算に関する速度と精度の架け橋, 第 4 回横幹連合総合シンポジウム, 日本大学津田沼キャンパス(2012/11/02).
12. 劉 雪峰:特異性のある微分作用素の精度保証付き固有値評価, 第 4 回横幹連合総合シンポジウム, 日本大学津田沼キャンパス(2012/11/02).
13. 山中 脩也:特異点を持つ積分に対する精度保証付き数値計算法－積分における無限の評価, 第4回横幹連合総合シンポジウム, 日本大学津田沼キャンパス(2012/11/02).
14. 山中 脩也:高精度で高可搬な精度保証付き高速初等関数計算法の構築, 第 24 回「談話会」, 芝浦工業大学 (2012/04/25).
15. 高安 亮紀:任意多角形領域上における非線形楕円型境界値問題に対する精度保証付き数値計算法, 第 7 回「数理科学セミナー」, 一橋大学国立キャンパス(2012/04/18).
16. 尾崎 克久: [基調講演] 精度保証付き数値計算との協働, 数値シミュレーションと高信頼通信, 早稲田大学 (2011/10/01)
17. 劉 雪峰: 任意多角形領域での有限要素法の事前誤差評価と楕円型微分作用素の固有値評価, 線形計算研究会, 東京大学(2010/12/20).
18. 高安 亮紀: 楕円型非線形偏微分方程式の Dirichlet 境界値問題に対する精度保証付き数値計算法, 東京大学数値解析セミナー, 東京大学大学院数理科学研究科(2010/12/07).
19. 荻田 武史: 数値線形代数における精度保証付き数値計算法の現状, 第 8 回 ASE 研究会, 東京大学 情報基盤センター (2010/12/06).
20. 劉 雪峰: 任意多角形領域上での楕円型作用素の精度保証付き評価, 日本応用数理学会 若手の会 単独研究会, 国立情報学研究所(2010/11/25).
21. 尾崎 克久, 荻田 武史, 大石 進一:高精度な行列積の計算法と精度保証への応用, 日本応用数理学会 若手の会 単独研究会, 国立情報学研究所(2010/11/25).
22. 劉 雪峰: 任意多角形領域上での楕円型作用素に対する精度保証付き評価, 東京大学数値解析セミナー, 東京大学大学院数理科学研究科(2010/11/16).
23. 大石 進一: 精度保証付き数値計算のスケーラビリティを保ったチューニング, 第2回 自動チューニング技術の現状と応用に関するシンポジウム, 東京大学 経済学研究科 学術交流棟 (2010/11/04).
24. 尾崎 克久, 荻田 武史, 大石 進一: 高速な行列積関数を利用した行列積の無誤差変換とその高精度計算への応用, 並列/分散/協調処理に関するサマー・ワークショップ, 金沢市文化ホール(2010/08/05).
25. 荻田 武史: エラーフリー変換とロバストな行列分解, 日本数学会年会, 応用数学分科会, 慶応義塾大学 (2010/03/25).
26. 荻田 武史: 精度保証付き数値計算とロバストアルゴリズム, 天体力学N体力学研究会, 千葉大学 (2010/03/20).
27. 大石 進一: 非線形楕円型偏微分方程式の精度保証法, 徳島大学講演会, 徳島大学 (2010/02/12).

② 口頭発表 (国内会議 138 件、国際会議 112 件)

「国際会議」

1. X. Liu, S. Oishi: Verified lower eigenvalue bounds forself-adjoint differential operators, The 16th GAMM-IMACS International Symposium on Scientific

Computing, Computer Arithmetic and Validated Numerics, Computer Science Building at the University of Wurzburg, Germany, September 25, 2014.

2. K. Tanaka, S. Oishi: Numerical verification for periodic stationary solutions to the Allen-Cahn equation, The 16th GAMM-IMACS International Symposium on Scientific Computing, Computer Arithmetic and Validated Numerics, Computer Science Building at the University of Wurzburg, Germany, September 25, 2014.
3. A. Minamihata, K. Sekine, T. Ogita, S.M. Rump, S. Oishi: A Simple Modified Verification Method for Linear Systems, The 16th GAMM-IMACS International Symposium on Scientific Computing, Computer Arithmetic and Validated Numerics, Computer Science Building at the University of Wurzburg, Germany, September 24, 2014.
4. K. Ozaki, T. Ogita, S. Oishi: Automatic Verified Numerical Computations for Linear Systems, The 16th GAMM-IMACS International Symposium on Scientific Computing, Computer Arithmetic and Validated Numerics, Wurzburg, Germany, September 23, 2014.
5. M. Mizuguchi, A. Takayasu, T. Kubo, S. Oishi: A method of verified computations for nonlinear parabolic equations, The 16th GAMM-IMACS International Symposium on Scientific Computing, Computer Arithmetic and Validated Numerics, Computer Science Building at the University of Wurzburg, Germany, September 23, 2014.
6. M. Mizuguchi, A. Takayasu, T. Kubo, S. Oishi: A sharper estimate of verified computaions for nonlienar heat equations, The 16th GAMM-IMACS International Symposium on Scientific Computing, Computer Arithmetic and Validated Numerics, Computer Science Building at the University of Wurzburg, Germany, September 23, 2014.
7. T. Ogita: Iterative Refinement for Symmetric Eigenvalue Problems, 16th GAMM-IMACS International Symposium on Scientific Computing, Computer Arithmetic and Validated Numerics, University of Wuerzburg, Wuerzburg, September 22, 2014.
8. K. Ozaki: Remarks on Residuals of Numerical Solution of Triangular Systems, 2nd Slovak-Japan Conference on Applied Mathematics 2014, Radzovce-Obrucna, Slovakia, September 18, 2014.
9. X. LIU: A Uniform Framework to Provide Guaranteed Eigenvalue Bounds for Self-Adjoint Differential Operators, International Workshop on Computational Mathematics - Advances in Computational PDEs, Yonsei University, Korea, August 12, 2014.
10. Y. Ohta, K. Ozaki: Iterative Convex Hull Algorithm with Verified Numerical Computations, The 10th East Asia SIAM Conference, Pattaya, Thailand, June 24, 2014.
11. K. Ozaki, T. Ogita, S. Oishi: Residual Bounds for Triangular Systems by Grouped Block Implementation, The 10th East Asia SIAM Conference, Pattaya, Thailand, June 24, 2014.
12. X. LIU: A Uniform Approach to Bound Eigenvalues of Self-adjoint Differential Operators, 4th European Seminar on Computing, Pilsen, Czech Republic, June 16, 2014.
13. K. Ozaki, T. Ogita: Acceleration of Interval Matrix Multiplication by Mixed-Precision Arithmetic, 7th Small Workshop on Interval Methods, Uppsala University, Uppsala, Sweden, June 12, 2014.
14. T. Ogita: Iterative Refinement for Singular Value Decompositions, The 7th Small Workshop on Interval Methods (SWIM2014), Uppsala, June 11, 2014.
15. N. Yamanaka, S. Oishi: Fast quadruple-double floating point format, The International Workshop on Numerical Verification and its Applications 2014 INVA 2014, Waseda University, Tokyo, Japan, March 17, 2014.

16. A. Minamihata, K. Sekine, T. Ogita, S. Oishi: A Modified Verification Method for Linear Systems, The International Workshop on Numerical Verification and its Applications 2014, Waseda University, Tokyo, March 17, 2014.
17. Y. Morikura, K. Ozaki, S. Oishi: Verification methods for system of linear equations in rounding to nearest, The International Workshop on Numerical Verification and its Applications 2014, Waseda University, Tokyo, March 17, 2014.
18. K. Ozaki: Verified Numerical Computations for Computational Geometry, The International Workshop on Numerical Verification and its Applications 2014, Waseda University, Tokyo, March 17, 2014.
19. M. Mizuguchi, A. Takayasu, T. Kubo, S. Oishi: A method of verified computations for nonlinear homogeneous heat equations, Part I: Enclosure of semidiscrete approximate solution for space variable, The International Workshop on Numerical Verification and its Applications 2014, Waseda University, Tokyo, March 16, 2014.
20. M. Mizuguchi, A. Takayasu, T. Kubo, S. Oishi: A method of verified computations for nonlinear homogeneous heat equation, Part II: Semigroup approach to construct an exact solution for time variable, The International Workshop on Numerical Verification and its Applications 2014, Waseda University, Tokyo, March 16, 2014.
21. K. Tanaka, S. Oishi: Numerical Verification for Stationary Solutions to the Allen-Cahn Equation, The International Workshop on Numerical Verification and its Applications 2014, Waseda University, Tokyo, March 15, 2014.
22. K. Sekine, A. Takayasu, S. Oishi: Computer assisted proof for existence of solutions to a system of elliptic partial differential equations, The International Workshop on Numerical Verification and its Applications 2014 INVA 2014, Waseda University, Tokyo, Japan, March 15, 2014.
23. T. Ogita: Fast verified solutions of sparse linear systems, The International Workshop on Numerical Verification and its Applications 2014, Waseda University, Tokyo, March 15, 2014.
24. K. Sekine, A. Takayasu, S. Oishi: A verified computation of steady-state solutions to Reaction-Diffusion equations, International Conference on Simulation Technology JSST2013, Tokyo, Japan, September 13, 2013.
25. K. Tanaka, M. Mizuguchi, K. Sekine, A. Takayasu, S. Oishi: Estimation of an embedding constant on Lipschitz domains using extension operators, International Conference on Simulation Technology JSST2013, Tokyo, Japan, September 13, 2013.
26. Y. Ohta, K. Ozaki: 2D Orientation Problem for Interval Data, 32nd JSST Annual Conference, International Conference on Simulation Technology, Meiji University, September 13, 2013.
27. M. Mizuguchi, T. Kubo, A. Takayasu, S. Oishi: A priori error estimate of inhomogeneous heat equations using rational approximation of semigroups, 32nd JSST Annual Conference, International Conference on Simulation Technology, Meiji University, Tokyo, September 13, 2013.
28. Y. Morikura, K. Ozaki, T. Katagiri, S. Oishi: Adaptive implementation of the verification method for large-scale linear systems, 32nd JSST Annual Conference, International Conference on Simulation Technology, Meiji University, Tokyo, September 13, 2013.
29. K. Ozaki, T. Ogita, S. Oishi: Floating-point filters towards floating-point exceptions, 32nd JSST Annual Conference, International Conference on Simulation Technology, Meiji University, Tokyo, September 13, 2013.
30. Y. Yanagisawa, T. Ogita, S. Oishi: A Modified Algorithm for Accurate Inverse Cholesky Factorization, 2013 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA2013), Santa Fe, USA, September 11, 2013.
31. X. Liu: Guaranteed high-precision estimation for interpolation error constant, 2013 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA2013),

Santa Fe, USA, September 11, 2013.

32. A. Takayasu, S. Oishi: A verified continuation algorithm for solution curve of nonlinear elliptic equations, 2013 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA2013), Santa Fe, USA, September 11, 2013.
33. T. Ogita: Verified Solutions of Sparse Linear Systems with Special Matrices, 2013 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA2013), Santa Fe, USA, September 11, 2013.
34. N. Yamanaka, S. Oishi: Fast Multiprecision Algorithm like Quad-Double Arithmetic, 2013 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA2013), Santa Fe, USA, September 11, 2013.
35. K. Ozaki: Accurate algorithms for matrix multiplication with error-free splitting, Czech-Japanese Seminar in Applied Mathematics 2013 (CJS2013), Meiji University, Tokyo, September 5, 2013.
36. K. Ozaki, T. Ogita: Fast Interval Matrix Multiplication by Blockwise Computations, The 10th European Conference on Numerical Mathematics and Advanced Applications (ENUMATH 2013), Lausanne, Switzerland, August 27, 2013.
37. T. Ogita: Backward error bounds on factorizations of symmetric indefinite matrices, The 10th European Conference on Numerical Mathematics and Advanced Applications (ENUMATH 2013), Lausanne, Switzerland, August 27, 2013.
38. K. Ozaki, T. Ogita: A New Error-Free Splitting for Accurate Matrix Multiplication, The 4th International Conference on Matrix Analysis and Applications, Dedeman Hotel, Konya, Turkey, July 3, 2013.
39. T. Ogita, K. Kobayashi: Rigorous backward error bounds on factorizations of symmetric indefinite matrices, 4th International Conference on Matrix Analysis and Applications, Konya, Turkey, July 3, 2013.
40. Y. Morikura, K. Ozaki, S. Oishi: Implementation of verification methods for large-scale linear systems, The 9th East Asia Section of SIAM Conference & The 2nd Conference on Industrial and Applied Mathematics, Indonesia, June 20, 2013.
41. K. Ozaki, T. Ogita, S. Oishi, S. M. Rump: Remark on error-estimates for floating-point summation by unit in the first place, The 9th East Asia Section of SIAM Conference & The 2nd Conference on Industrial and Applied Mathematics, Bandung, Indonesia, June 19, 2013.
42. Y. Ohta, K. Ozaki: Convex Hull for Set of Real Numbers with Verified Numerical Computations, The 9th East Asia Section of SIAM Conference & The 2nd Conference on Industrial and Applied Mathematics, Bandung, Indonesia, June 19, 2013.
43. K. Tanaka, A. Takayasu, X. Liu, S. Oishi: Verified norm estimation for the inverse of linear elliptic operators and its application, The 9th East Asia Section of SIAM Conference & The 2nd Conference on Industrial and Applied Mathematics, Bandung, Indonesia, June 19, 2013.
44. X. Liu: High-precision verified eigenvalue estimation for elliptic differential operator over polygonal domain of arbitrary shape, Conference on the Mathematics of Finite Elements and Applications (MAFELAP2013), Brunel University, UK, June 11, 2013.
45. X. Liu, S. Oishi: On High Precision Eigenvalue Estimation for Self-adjoint Elliptic Differential Operator and Its Application, The Tenth Asian Symposium on Computer Mathematics (ASCM2012), Beijing, China, October 28, 2012.
46. A. Takayasu, X. Liu, S. Oishi: Verified computations for elliptic boundary value problems on arbitrary polygonal domains, The Tenth Asian Symposium on Computer Mathematics (ASCM 2012), Beijing, China, October 28, 2012.
47. T. Ogita: Backward Error Bounds of Block LDLT Factorizations, 2012 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA2012), Palma de Mallorca, Spain, October 26, 2012.

48. K. Ozaki, T. Ogita, S. Oishi: Memory Reduced Implementation of Error- Free Transformation of Matrix Multiplication and its Performance, 2012 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA2012), Palma de Mallorca, Spain, October 26, 2012.
49. X. Liu, S. Oishi: On guaranteed eigenvalue estimation of compact differential operator with singularity, 2012 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA2012), Palma de Mallorca, Spain, October 26, 2012.
50. N. Yamanaka, S. Oishi: Accurate and Rigorous Logarithm Function Algorithm, 2012 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA2012), Palma de Mallorca, Spain, October 26, 2012.
51. A. Takayasu, S. Oishi: A computer-assisted proof method of the invertibility to elliptic operators, 2012 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA2012), Palma de Mallorca, Spain, October 26, 2012.
52. Y. Morikura, K. Ozaki and S. Oishi: Verification methods for linear systems on a GPU, The 15th GAMM-IMACS International Symposium on Scientific Computing, Computer Arithmetic and Verified Numerical Computations, Novosibirsk, Russia, September 27, 2012.
53. K. Ozaki, T. Ogita: Performance Comparison of Accurate Matrix Multiplication, The 15th GAMM-IMACS International Symposium on Scientific Computing, Computer Arithmetic and Verified Numerical Computations, Novosibirsk, Russia, September 25, 2012.
54. X. Liu, S. Oishi: A framework of high precision eigenvalue estimation for selfadjoint elliptic differential operator, The 15th GAMM-IMACS International Symposium on Scientific Computing, Computer Arithmetic and Verified Numerical Computations, Novosibirsk, Russia, September 24, 2012.
55. N. Yamanaka, S. Oishi: Fast infimum-supremum interval operations for double-double arithmetic in rounding to nearest, The 15th GAMM-IMACS International Symposium on Scientific Computing, Computer Arithmetic and Verified Numerical Computations, Novosibirsk, Russia, September 24, 2012.
56. A. Takayasu, S. Oishi: Computer-assisted error analysis for second-order elliptic equations in divergence form, The 15th GAMM-IMACS International Symposium on Scientific Computing, Computer Arithmetic and Verified Numerical Computations, Novosibirsk, Russia, September 24, 2012.
57. K. Sekine, A. Takayasu, Shin'ichi Oishi: A numerical verification method for solutions to systems of elliptic partial differential equations, The 15th GAMM-IMACS International Symposium on Scientific Computing, Computer Arithmetic and Verified Numerical Computations, Novosibirsk, Russia, September 24, 2012.
58. X. Liu: A framework on high precision eigenvalue value evaluation for self-adjoint elliptic operator, 4th China-Japan-Korea Conference on Numerical Mathematics, August 25, 2012.
59. A. Takayasu, S. Oishi: Computer-assisted existence proof of solutions to elliptic equations in divergence form, The 8th East Asia Section of SIAM Conference (EASIAM2012), Taipei, Taiwan, June 27, 2012.
60. X. Liu, S. Oishi: On verified eigenvalue evaluation of self-adjoint elliptic differential operator, The 8th East Asia Section of SIAM Conference (EASIAM2012), Taipei, Taiwan, June 26, 2012.
61. K. Ozaki, T. Ogita, S. Oishi: Fast Interval Matrix Multiplication without Directed Rounding, The 8th East Asia Section of SIAM Conference (EASIAM2012), Taipei, Taiwan, June 25, 2012.
62. N. Yamanaka, S. Oishi: Accurate and Rigorous Logarithm Function Algorithm in Rounding to Nearest, The 8th East Asia Section of SIAM Conference (EASIAM2012), Taipei, Taiwan, June 25, 2012.

63. Y. Morikura, K. Ozaki and S. Oishi: Verification methods for linear systems using ufp estimation with rounding-to-nearest, The 8th East Asia Section of SIAM Conference (EASIAM2012), Taipei, Taiwan, June 25, 2012.
64. T. Ogita: Verified Solutions of Sparse Linear Systems, 2012 SIAM Conference on Applied Linear Algebra, Valencia, Spain, June 21, 2012.
65. N. Yamanaka, S. Oishi: Product Decomposition and Its Applications, 2012 SIAM Conference on Applied Linear Algebra, Valencia, Spain, June 21, 2012.
66. T. Ogita: Verified Solutions of Sparse Linear Systems, Fifth Conference on Numerical Analysis and Applications, Lozenetz, Bulgaria, June 18, 2012.
67. K. Ozaki, T. Ogita: Application of Error-Free Transformation for Matrix Multiplication, Fifth Conference on Numerical Analysis and Applications, Lozenetz, Bulgaria, June 18, 2012.
68. N. Yamanaka, S. Oishi: Fast Verified Division Algorithm for Double-double Arithmetic, Fifth Conference on Numerical Analysis and Applications, Lozenetz, Bulgaria, June 18, 2012.
69. A. Takayasu, X. Liu, S. Oishi: Verified numerical computations for solutions to semilinear elliptic boundary value problems on arbitrary polygonal domains, Fifth Conference on Numerical Analysis and Applications, Lozenetz, Bulgaria, June 18, 2012.
70. T. Kimura: On The Numerical Verification Method for Parabolic Problems, Workshop on Scientific Computing for Dynamics, Optimization and Computer-Assisted Proofs, Waseda University Nishi-Waseda Campus, May 23, 2012.
71. T. Kimura: On the Numerical Verification Method for Parabolic Problems, 2012 Workshop on Recent Results of Mathematical Science and Computer Assisted Proofs, Ashinokohan Takogawa Onsen Ryuguden, May 7, 2012.
72. T. Ogita: Computing Tight Bounds on Extreme Eigenvalues of Symmetric Matrices, 2011 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA2011), Kobe, Japan, September 5, 2011.
73. K. Ozaki, T. Ogita, S. Oishi: Accurate matrix multiplication: Improvement of error-free splitting, 2011 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA2011), Kobe, Japan, September 5, 2011.
74. X. Liu, S. Oishi: On Verified Computation of Laplacian Eigenvalues Over Polygonal Domain, 2011 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA2011), Kobe, Japan, September 5, 2011.
75. A. Takayasu, X. Liu, S. Oishi: Computer Assisted Proofs for Solutions to Nonlinear Elliptic Partial Differential Equations on Arbitrary Polygonal Domain, 2011 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA2011), Kobe, Japan, September 5, 2011.
76. X. Liu, S. Oishi: Computer Assisted Eigenvalue Bounds, The 7th International Congress on Industrial and Applied Mathematics (ICIAM 2011), Vancouver, Canada, July 20, 2011.
77. A. Takayasu, X. Liu, S. Oishi: A Method of computer assisted proof for Semilinear elliptic equations on Arbitrary polygonal domain, The 7th International Congress on Industrial and Applied Mathematics (ICIAM 2011), Vancouver, Canada, July 20, 2011.
78. T. Ogita: Robust Inverse Matrix Factorizations, International Workshop on Numerical Linear Algebra and Its Applications, Tongji University, Shanghai, China, July 2, 2011.
79. K.Ozaki, T. Ogita: Error-free transformation of matrix product: worst case optimal algorithm, International Workshop on Numerical Linear Algebra and Its Applications, Tongji University, Shanghai, China, July 2, 2011.
80. X. Liu, S. Oishi: Numerical verification for solution existence of elliptic PDE on

arbitrary polygonal domain, The 7th East Asia SIAM Conference & RIMS Workshop on Methods in Industrial and Applied Mathematics (EASIAM2011), Kitakyushu, Japan, June 29, 2011.

81. M. Morikura, K. Ozaki, S. Oishi: Verified solutions of linear systems on GPU, The 7th East Asia SIAM Conference & RIMS Workshop on Methods in Industrial and Applied Mathematics (EASIAM2011), Kitakyushu, Japan, June 29, 2011.
82. N. Yamanaka, M. Kashiwagi, S. Oishi: Accurate and Rigorous Exponential Algorithm in Round to Nearest, The 7th East Asia SIAM Conference & RIMS Workshop on Methods in Industrial and Applied Mathematics (EASIAM2011), Kitakyushu, Japan, June 28, 2011.
83. K. Ozaki, T. Ogita, S. Oishi: Simplified semi-static floating-point filter for 2D orientation problem, The 7th East Asia SIAM Conference & RIMS Workshop on Methods in Industrial and Applied Mathematics (EASIAM2011), Kitakyushu, Japan, June 27, 2011.
84. A. Takayasu, X. Liu, S. Oishi: Numerical verification for solution existence of elliptic PDE on arbitrary polygonal domain, The 7th East Asia SIAM Conference & RIMS Workshop on Methods in Industrial and Applied Mathematics (EASIAM2011), Kitakyushu, Japan, June 27, 2011.
85. X. Liu: High precision eigenvalue bounds for Laplacian over general polygonal domain, Workshop on Analytic and Computational Techniques in Spectral Theory and Related Topics, Gregynog Hall, Cardiff University, UK., June 19, 2011.
86. A. Takayasu, X. Liu, S. Oishi: A computer assisted proof method for semilinear elliptic equations on arbitrary polygonal domain, Workshop on Analytic and Computational Techniques in Spectral Theory and Related Topics, Gregynog Hall, Cardiff University, UK., June 19, 2011.
87. T. Ogita: Robust Singular Value Decomposition, ApplMath11: 7th Conference on Applied Mathematics and Scientific Computing, Trogir, Croatia, June 14, 2011.
88. K. Ozaki, T. Ogita: General matrix multiplication with guaranteed accuracy, ApplMath11: 7th Conference on Applied Mathematics and Scientific Computing, Trogir, Croatia, June 14, 2011.
89. K. Ozaki, T. Ogita, S. Oishi: Computer Assisted Proof of Non-singularity of a Floating-point Matrix based on High Performance Functions, SIAM Computational Science and Engineering 2011, Reno, U.S.A, March 3, 2011.
90. X. Liu: Guaranteed Eigenvalue Evaluation for Elliptic Problem over General Polygonal Domain, 14th GAMM - IMACS International Symposium on Scientific Computing, Computer Arithmetic, and Validated Numerics (SCAN 2010), ENS de Lyon, Lyon, France, September 30, 2010.
91. A. Takayasu, X. Liu, S. Oishi, T. Kubo: Numerical existence proofs and Accurate error bounds of solutions to Semilinear elliptic equations with higher order finite elements, 14th GAMM - IMACS International Symposium on Scientific Computing, Computer Arithmetic, and Validated Numerics (SCAN 2010), ENS de Lyon, Lyon, France, September 30, 2010.
92. S. Oishi, A. Takayasu, T. Kubo: Numerical Verification of Existence for Solutions to Dirichlet Boundary Value Problems of Semilinear Elliptic Equations, 14th GAMM - IMACS International Symposium on Scientific Computing, Computer Arithmetic, and Validated Numerics (SCAN 2010), ENS de Lyon, Lyon, France, September 30, 2010.
93. T. Ogita: Accurate Singular Value Decomposition for Ill-conditioned Matrices, 14th GAMM - IMACS International Symposium on Scientific Computing, Computer Arithmetic, and Validated Numerics (SCAN 2010), ENS de Lyon, Lyon, France, September 28, 2010.
94. K. Ozaki, T. Ogita, S. Oishi: Quasi-Quadruple Precision Matrix Multiplication Based on Fast Routine for Matrix Computations, 14th GAMM - IMACS

International Symposium on Scientific Computing, Computer Arithmetic, and Validated Numerics (SCAN 2010), ENS de Lyon, Lyon, France, September 27, 2010.

95. T. Ogita: Accurate Singular Value Decomposition, 2010 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA 2010), Krakow, September 6, 2010.
96. A. Takayasu, S. Oishi, T. Kubo: Computer assisted proofs of solutions to Nonlinear elliptic partial differential equations, 2010 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA 2010), Krakow, September 6, 2010.
97. K. Ozaki, T. Ogita, S. Oishi: Condition Numbers of Two-Dimensional Orientation Problem, 2010 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA2010), Krakow, Poland, September 6, 2010.
98. K. Ozaki, T. Ogita, S. Oishi: Robustness Problem and Error-Free Determinant Transformation in Computational Geometry, Czech-Japanese Seminar in Applied Mathematics 2010, Telc, Czech Republic, September 3, 2010.
99. T. Ogita: Robust algorithms for singular values and eigenvalues, Czech-Japanese Seminar in Applied Mathematics 2010, Telc, Czech Republic, September 2, 2010.
100. X. Liu: Verified Eigenvalue Evaluation for Elliptic Operator and Its Application, Applied Mathematics International Conference 2010 & The Sixth East Asia SIAM Conference, Kuala Lumpur, June 23, 2010.
101. K. Ozaki, T. Ogita, S. Oishi: Fast Interval Matrix Multiplication, Applied Mathematics International Conference 2010 & The Sixth East Asia SIAM Conference, Kuala Lumpur, June 23, 2010.
102. T. Ogita: Accurate Singular Value Decomposition and Eigenvalue Decomposition, Applied Mathematics International Conference 2010 & The Sixth East Asia SIAM Conference, Kuala Lumpur, June 23, 2010.
103. N. Yamanaka, S. Oishi: Verification Method for Two-Point Boundary Value Problem using Boundary Element Method, 2010 International Workshop on Numerical Verification and its Applications, Hachijo-jima, Japan, March 15, 2010.
104. T. Ogita: Robust Matrix Factorizations, 2010 International Workshop on Numerical Verification and its Applications, Hachijo-jima, Japan, March 12, 2010.
105. S. Oishi, A. Takayasu, T. Kubo: Numerical Existence Theorem for Semilinear Elliptic Boundary Value Problems I, 2010 International Workshop on Numerical Verification and its Applications (INVA2010), Hachijo-jima, Japan, March 11, 2010.
106. K. Ozaki, T. Ogita, S. Oishi: Topics of two-dimensional orientation problem, floating-point filters, robust computations and applications to convex hull, 2010 International Workshop on Numerical Verification and its Applications, Hachijo-jima, Japan, March 11, 2010.
107. A. Takayasu, S. Oishi, T. Kubo: Numerical Existence Theorem for Semilinear Elliptic Boundary Value Problems II, 2010 International Workshop on Numerical Verification and its Applications (INVA2010), Hachijo-jima, Japan, March 11, 2010.
108. A. Takayasu, S. Oishi, T. Kubo: A priori inverse operator estimation for guaranteed error estimate, 4th Workshop on Reliable Engineering Computing (REC2010), Hotel Furama Riverfront, Singapore, March 5, 2010.
109. T. Ogita: Exact Determinant of Integer Matrices, 4th International Workshop on Reliable Engineering Computing (REC2010), Singapore, March 4, 2010.
110. K. Ozaki, T. Ogita, S. Oishi: Exact 2D Convex Hull for Floating-point data, 4th Workshop on Reliable Engineering Computing (REC2010), Hotel Furama Riverfront, Singapore, March 4, 2010.
111. N. Yamanaka, S. Oishi, T. Ogita: A Verified Automatic Contour Integration Algorithm, 4th Workshop on Reliable Engineering Computing (REC2010), Hotel Furama Riverfront, Singapore, March 3, 2010.
112. S. Oishi, A. Takayasu, T. Kubo: Numerical Verification Method for Nonlinear Differential Equations, The Joint Conference of ASCM2009 and MACIS2009, JAL

Resort Sea Hawk Hotel, Fukuoka, Japan, December 15, 2009.

「国内会議」

1. 柳澤 優香, 中務 佑治, 深谷 猛, 山本 有作, 大石 進一, Kannan Ramaseshan:シフト付きコレスキーQR 分解アルゴリズムの提案, 日本応用数理学会 2014 年度年会, 政策研究大学院大学, (2014/09/04).
2. 尾崎 克久, 荻田 武史, 大石 進一:連立一次方程式に対する自動精度保証法の改善, 平成 26 年日本応用数理学会年会, 政策研究大学院大学 (2014/9/3).
3. 関根 晃太, 田中 一成, 高安 亮紀, 大石 進一:重み付きノルムによる特異摂動問題の精度保証付き数値計算結果の改善, 日本応用数理学会 2014 年度年会,政策研究大学院大学 (2014/09/03).
4. 小林 領, 木村 拓馬, 大石 進一:対称な鞍点行列を係数に持つ連立一次方程式に対するブロック対角行列 を前処理に用いた精度保証付き数値計算法, 日本応用数理学会 2014 年度年会,政策研究大学院大学 (2014/09/03).
5. 南畑 淳史, 関根 晃太, 荻田 武史, S.M. Rump, 大石 進一:連立一次方程式の数値解に対する高速精度保証法の改良, 日本応用数理学会 2014 年度年会,政策研究大学院大学 (2014/09/03).
6. 小林 由佳, 荻田 武史:悪条件な連立一次方程式の高速な数値計算法, 平成 26 年日本応用数理学会年会, 政策研究大学院大学 (2014/9/3).
7. 高安 亮紀, 水口 信, 久保 隆徹, 大石 進一:藤田型方程式に対する時間大域解の計算機援用証明, 日本応用数理学会 2014 年度年会, 政策研究大学院大学 (2014/09/03).
8. 劉 雪峰, 大石 進一:非適合有限要素法を用いた偏微分作用素の固有値評価, 日本応用数理学会 2014 年度年会, 政策研究大学院大学 (2014/09/03).
9. 劉 雪峰, 大石 進一:半導体の抵抗率の測定に関する精度保証付き数値計算, 第 43 回 数値解析シンポジウム, 沖縄県石垣市 (2014/06/13).
10. 山中 脩也:精度保証付き数値計算の基礎と応用, 数値解析研究集会「連続体のトポロジー最適化理論の現実問題への応用」(2014/05/09).
11. X. Liu: A uniform approach to high-precision verified eigenvalue bounds for self-adjoint differential operators, 日本応用数理学会 研究部会連合発表会, 京都大学 (2014/03/20).
12. A. Takayasu, X. Liu, S. Oishi: Verified numerical classification of non-trivial solutions to elliptic equations, 日本応用数理学会 研究部会連合発表会, 京都大学 (2014/03/20).
13. 田中 一成, 水口 信, 関根 晃太, 大石 進一:An a priori estimation of the Sobolev embedding constant and its application to numerical verification for solutions to PDEs, 日本応用数理学会 研究部会連合発表会, 京都大学 (2014/03/20).
14. K. Ozaki, T. Ogita, S. Oishi:Inverse Matrix of Triangular Matrices for Verified Numerical Computations, 日本応用数理学会 研究部会連合発表会, 京都大学 (2014/03/20).
15. T. Ogita: Iterative Refinement for Symmetric Eigenvalue Problems, 日本応用数理学会 研究部会連合発表会, 京都大学 (2014/03/20).
16. N. Hoffman, 市原 一裕, 柏木 雅英, 正井 秀俊, 大石 進一, 高安 亮紀, 3 次元双曲多様体の精度保証付き数値計算, 日本数学会 2014 年度年会, 学習院大学 目白キャンパス (2014/03/15).
17. 山中 脩也, 大石 進一:高速な疑似六倍精度・疑似八倍精度計算法の提案, 多倍長精度計算フォーラム 第 4 回研究会, 東京都新宿区 (2014/03/07).
18. 高安 亮紀:偏微分方程式の解の精度保証付き数値計算法, CREST「数学」領域横断若手合宿, 休暇村指宿 (2014/02/01).
19. 木村 拓馬:放物型初期値境界値問題に関する精度保証付き数値計算法, CREST「数学」

領域横断若手合宿, 休暇村指宿 (2014/01/31).

20. 劉 雪峰:一般的な多角形領域における重調和微分作用素の高精度な固有値評価, 2013 年度応用数学合同研究集会, 龍谷大学瀬田キャンパス (2013/12/21).
21. 高安 亮紀, 大石 進一:任意多角形領域上での楕円型方程式の解挙動に対する精度保証付き追跡, 2013 年度応用数学合同研究集会, 龍谷大学瀬田キャンパス (2013/12/21).
22. 尾崎 克久:計算幾何学のための効率的な浮動小数点フィルタの設計, 2013 年度応用数学合同研究集会, 龍谷大学瀬田キャンパス (2013/12/21).
23. 正井 秀俊, 高安 亮紀:Verified computations for hyperbolic 3-manifolds, トポロジーとコンピュータ 2013, 明治大学 中野キャンパス (2013/12/01).
24. 柳澤 優香, 荻田 武史, 大石 進一: A modified algorithm for accurate inverse Cholesky factorization, RIMS 研究集会応用数理と計算科学における理論と応用の融合, 京都大学数理解析研究所 (2013/10/16).
25. 高安 亮紀, 大石 進一:構成的陰関数の定理とその応用について, 日本数学会 2013 年度秋季総合分科会, 愛媛大学 城北キャンパス (2013/09/27).
26. 高安 亮紀, 大石 進一:非線形作用素方程式に対する解曲線の精度保証付き追跡, 第2回岐阜数理科学研究会, 飛騨高山まちの博物館 (2013/09/17).
27. 田中 一成, 水口 信, 関根 晃太, 高安 亮紀, 大石 進一:拡張作用素を用いた Lipschitz 領域における埋め込み定数の評価法, 2013 年度日本応用数理学会年会, アクロス福岡 (2013/09/10).
28. 平沼 格, 劉 雪峰, 大石 進一:一般的な楕円型微分方程式の特異性に対応する Hypercircle 法の提案, 日本応用数理学会 2013 年度年会, アクロス福岡 (2013/09/10).
29. 森倉 悠介, 尾崎 克久, 片桐 孝洋, 大石 進一:大規模連立一次方程式における精度保証付き数値計算のハイブリッドな実装法とその評価, 平成 25 年日本応用数理学会年会, アクロス福岡 (2013/09/09).
30. 尾崎 克久, 荻田 武史, 大石 進一:ブロック化とデータの再生成による高精度行列積の実装, 平成 25 年日本応用数理学会年会, アクロス福岡 (2013/09/09).
31. 木村 拓馬, 南畑 淳史, 大石 進一:ある二次計画問題の精度保証付き数値解法, 2013 年度日本応用数理学会年会, アクロス福岡 (2013/09/09).
32. 関根 晃太, 高安 亮紀, 大石 進一:反応拡散方程式の定常解に対する精度保証付き数値計算, 2013 年度日本応用数理学会年会, アクロス福岡 (2013/09/09).
33. 山中 脩也, 大石 進一:倍精度浮動小数点演算を用いた高速八倍精度計算法, 2013 年度日本応用数理学会年会, アクロス福岡 (2013/09/09).
34. 尾崎 克久:線形計算における誤差解析と計算方法のバランス, 平成 25 年日本応用数理学会年会, 早稲田大学理工学術院総合研究所主催精度保証付き数値計算ワークショップ, アクロス福岡 (2013/09/09).
35. 高安 亮紀:Newton 法の収束定理と精度保証, 平成 25 年日本応用数理学会年会, 早稲田大学理工学術院総合研究所主催精度保証付き数値計算ワークショップ, アクロス福岡 (2013/09/09).
36. 高安 亮紀, 大石 進一:疑似弧長法による楕円型境界値問題の解曲線の精度保証付き追跡, 2013 年度日本応用数理学会年会, アクロス福岡 (2013/09/09).
37. 南畑 淳史, 関根 晃太, 荻田 武史, 大石 進一:連立一次方程式における成分毎評価に関する一考察, 2013 年度 数値線形代数研究集会, 東京理科大学 大子研修センター (2013/08/30).
38. 森倉 悠介, 尾崎 克久, 大石 進一:タイトな区間演算を用いた連立一次方程式に対する精度保証法に関する考察, 2013 年度 数値線形代数研究集会, 東京理科大学 大子研修センター, 茨城県久慈郡 (2013/08/28).
39. 片桐 孝洋, 尾崎 克久, 荻田 武史, 大石 進一:高精度行列-行列積アルゴリズムの疎行列演算化による高速化, 2013 年並列／分散／協調処理に関する『北九州』サマー・ワークショップ(SWoPP 北九州 2013), 北九州国際会議場 (2013/08/01).

40. 森倉 悠介, 尾崎 克久, 大石 進一:大規模連立一次方程式における精度保証付き数値計算法の実装と評価, 第 42 回 数値解析シンポジウム, 四国道後舘 (2013/06/13).
41. A Minamihata, K Sekine, T Ogita, S Oishi: Verification Methods for Sparse Linear Systems with H-matrices, 第 42 回数値解析シンポジウム, 道後温泉 道後館 (2013/06/13).
42. 山中 脩也, 大石 進一:倍精度浮動小数点演算を用いた高精度計算の高速化とその信頼性について,Q-NA セミナー, アクロス福岡 (2013/05/17).
43. 高安 亮紀, 劉 雪峰, 大石 進一:任意多角形領域上の半線形偏微分方程式の解に対する精度保証付き数値計算, 日本数学会 2013 年度年会, 京都大学吉田キャンパス (2013/03/22).
44. 劉 雪峰, 大石 進一:高精度な補間関数の誤差定評価について, 日本応用数理学会研究部会連合発表会, 東洋大学白山キャンパス(2013/03/15).
45. 高安 亮紀, 大石 進一:計算機援用解析を用いた楕円型境界値問題に対する解曲線の追跡, 日本応用数理学会研究部会連合発表会, 東洋大学白山キャンパス(2013/03/15).
46. 田中 一成, 高安 亮紀, 劉 雪峰, 大石 進一:逆作用素ノルム評価を用いた楕円型 Neumann 境界値問題の解に対する精度保証付き数値計算, 日本応用数理学会研究部会連合発表会, 東洋大学白山キャンパス(2013/03/15).
47. 南畑 淳史, 関根 晃太, 荻田 武史, 大石 進一:区間連立一次方程式に対する精度保証付き事後誤差評価法, 日本応用数理学会研究部会連合発表会, 東洋大学白山キャンパス (2013/03/15).
48. 尾崎 克久, 荻田 武史, 大石 進一:精度保証に特化された行列積ルーチンの作成と効果について, 日本応用数理学会研究部会連合発表会, 東洋大学白山キャンパス(2013/03/15).
49. 太田 悠暉, 尾崎 克久:浮動小数点で近似されたデータに対する凸包の精度保証アルゴリズムについて, 日本応用数理学会研究部会連合発表会, 東洋大学白山キャンパス (2013/03/15).
50. 水口 信, 久保 隆徹, 高安 亮紀, 大石 進一:半群理論を用いた非斉次熱方程式の全離散近似解に対する事前誤差評価日本応用数理学会研究部会連合発表会, 東洋大学白山キャンパス(2013/03/15).
51. 尾崎 克久:高精度計算・精度保証に役立つ行列積のエラーフリー変換とその応用, 多倍長精度計算フォーラム第 3 回研究会, 工学院大学新宿キャンパス(2013/03/08).
52. 木村 拓馬:放物型問題に対する精度保証付き数値計算について, 解析セミナー, 弘前大学 (2012/12/10).
53. 荻田 武史: ブロック LDLT 分解の後退誤差解析とその応用, 環瀬戸内ワークショップ, 香川県小豆郡土庄町総合会館「フレトピアホール」(2012/11/17).
54. 山中 脩也, 大石 進一:Chebyshev 級数展開を用いた多項式近似について, 環瀬戸内ワークショップ, 土庄町総合会館「フレトピアホール」(2012/11/17).
55. 高安 亮紀, 劉 雪峰, 大石 進一:混合型有限要素を用いた誤差定数の算出方法, 環瀬戸内ワークショップ, 土庄町総合会館「フレトピアホール」(2012/11/17).
56. 南畑 淳史, 関根 晃太, 荻田 武史, 大石 進一:区間連立一次方程式に関する誤差評価, 環瀬戸内ワークショップ, 土庄町総合会館「フレトピアホール」(2012/11/17).
57. 森倉 悠介, 尾崎 克久, 大石 進一:大規模連立一次方程式における精度保証付き数値計算の実装と評価, E-サイエンス若手・女性研究者シンポジウム 2012, 東京大学柏キャンパス (2012/10/17).
58. 木村 拓馬:放物型初期値境界値問題に対する精度保証付き数値計算, 東大数値解析セミナー, 東京大学 (2012/10/09).
59. 木村 拓馬:放物型初期値境界値問題に対する計算機援用証明について, 線形計算研究会, 東京大学 (2012/09/14).
60. 尾崎 克久, 荻田 武史, 大石 進一:明示化されたブロック行列積の実装と事前誤差解析の改善, 平成 24 年日本応用数理学会年会, 全日空稚内ホテル(2012/08/31).

61. 劉 雪峰, 大石 進一:自己共役楕円型微分作用素の高精度な固有値評価について, 平成24年日本応用数理学会年会, 全日空稚内ホテル(2012/08/31).
62. 高安 亮紀, 大石 進一:最高階に0を含む2階楕円型偏微分方程式に対する計算機援用解析, 平成24年日本応用数理学会年会, 全日空稚内ホテル(2012/08/31).
63. 森倉 悠介, 尾崎 克久, 大石 進一:GPU のメモリ制約を意識した連立 1 次方程式に対する精度保証法の実装, 平成 24 年日本応用数理学会年会, 全日空稚内ホテル(2012/08/31).
64. 関根 晃太, 高安 亮紀, 大石 進一:ある連立 2 階楕円型偏微分方程式系の解に対する計算機援用証明, 平成24年日本応用数理学会年会, 全日空稚内ホテル(2012/08/31).
65. 南畑 淳史, 劉 雪峰, 大石 進一:非凸領域における特異関数とスプライン関数を用いたラプラス作用素の高精度な固有値評価 , 平成24年日本応用数理学会年会, 全日空稚内ホテル(2012/08/31).
66. 太田 悠暉, 尾崎 克久:区間入力に対する幾何判定問題の精度保証化に関する準備, 平成24年日本応用数理学会年会, 全日空稚内ホテル(2012/08/31).
67. 田中 一成, 高安 亮紀, 劉 雪峰, 大石 進一:線形楕円型作用素の Neumann 条件下における精度保証付き逆作用素ノルム評価, 平成 24 年日本応用数理学会年会, 全日空稚内ホテル(2012/08/31).
68. 菊井 知美, 劉 雪峰, 大石 進一:Laplace 作用素の固有値評価を用いた 2D 形状認識と応用, 平成24年日本応用数理学会年会, 全日空稚内ホテル(2012/08/31).
69. 木村 拓馬:放物型初期値境界値問題に対する計算機援用証明について, 平成 24 年日本応用数理学会年会, 全日空稚内ホテル(2012/08/31).
70. 柳澤 優香, 荻田 武史:高精度逆コレスキー分解の収束解析, 平成24年日本応用数理学会年会, 全日空稚内ホテル(2012/08/31).
71. 山中 脩也, 大石 進一:数値積分の精度保証化技術 －特異点を含む積分の高信頼な結果を得るために－, 早稲田大学理工学研究所主催精度保証付き数値計算ワークショップ, 全日空稚内ホテル(2012/08/31).
72. 劉 雪峰:不動点定理による大規模行列の固有値の精度保証付き評価, 第 41 回数値解析シンポジウム, 群馬県渋川市 (2012/06/08).
73. 山中 脩也, 柏木 雅英, 大石 進一:対数特異性を持つ積分に対する精度保証付き数値積分法, 第41回数値解析シンポジウム, 群馬県渋川市 (2012/06/08).
74. 田中 一成, 高安 亮紀, 大石 進一:ある固有値評価を利用した線形楕円型作用素の逆作用素に対する精度保証付きノルム評価, 第 41 回数値解析シンポジウム, 群馬県渋川市 (2012/06/08).
75. 高安 亮紀, 劉 雪峰, 大石 進一:有限要素近似に対する補間誤差定数の精度保証付き算出法, 第41回数値解析シンポジウム, 群馬県渋川市 (2012/06/06).
76. 森倉 悠介, 尾崎 克久, 大石 進一:ufp と最近点丸めを用いた連立1次方程式の精度保証法, 第41回数値解析シンポジウム, 群馬県渋川市 (2012/06/06).
77. 尾崎 克久, 荻田 武史, 大石 進一: ベクトルの総和と内積に関する事前誤差評価に対する考察, 2012年日本応用数理学会研究部会連合発表会, 九州大学(2012/03/08).
78. 山中 脩也, 大石 進一: 倍精度演算に基づく高速な四倍精度区間演算法, 日本応用数理学会 2012年研究部会連合発表会, 九州大学(2012/03/08).
79. 高安 亮紀, 大石 進一: 強圧性を仮定しない微分方程式の計算機援用解析, 日本応用数理学会 2012年研究部会連合発表会, 九州大学(2012/03/08).
80. X. Liu: Maximum eigenvalue evaluation and fixed point theory, 日本応用数理学会 2012年研究部会連合発表会, 九州大学(2012/03/08).
81. 南畑 淳史, 劉 雪峰, 大石 進一: コーナーのある領域におけるラプラス作用素の高精度な固有値評価 , 日本応用数理学会 2012年研究部会連合発表会, 九州大学(2012/03/08).
82. 森倉 悠介, 大石 進一: 最近点丸めにおける ufp を用いた連立一次方程式の精度保証法. 日本応用数理学会 2012年研究部会連合発表会, 九州大学(2012/03/08).

83. 関根 晃太, 大石 進一: 3 次元音響散乱問題における Lippmann-Schwinger 方程式の非自明解の存在と一意性の計算機援用証明,日本応用数理学会 2012 年研究部会連合発表会, 九州大学(2012/03/08).
84. 荻田 武史: 精度保証付き数値計算の基礎, 日本応用数理学会 三部会連携「応用数理セミナー」, 早稲田大学 (2011/12/27).
85. 山中 脩也: 精度保証付き数値計算の応用(1) - C++での区間演算の実装法とその注意点-, 日本応用数理学会 三部会連携「応用数理セミナー」, 早稲田大学 (2011/12/27).
86. 高安 亮紀: 精度保証付き数値計算の応用(2) - 精度保証付き数値計算による偏微分方程式の解の数値的検証法-, 日本応用数理学会 三部会連携「応用数理セミナー」, 早稲田大学 (2011/12/27).
87. 山中 脩也, 大石 進一: 高精度かつ高可搬な精度保証付き三角関数計算法, 京都大学数理解析研究所・研究集会「科学技術計算における理論と応用の新展開」, 京都大学数理解析研究所 (2011/10/27).
88. 高安 亮紀, 劉 雪峰, 大石 進一: 楕円型非線形境界値問題に対する計算機援用解析の RT1 要素による高精度化, 京都大学数理解析研究所・研究集会「科学技術計算における理論と応用の新展開」, 京都大学数理解析研究所(2011/10/27).
89. 尾崎 克久, 荻田 武史: 浮動小数点数として最高の結果を返す行列積の計算法, 京都大学数理解析研究所・研究集会「科学技術計算における理論と応用の新展開」, 京大数理解析研究所(2011/10/25).
90. 荻田 武史: 線形問題における精度保証付き数値計算法, 数理科学セミナー, 一橋大学 (2011/10/19).
91. 尾崎 克久, 荻田 武史:行列積から総和への無誤差変換の一般化, 日本応用数理学会 2011 年度年会, 同志社大学(2011/09/16).
92. 山中 脩也, 大石 進一: 高精度な精度保証付き対数計算法, 日本応用数理学会 2011 年度年会, 同志社大学(2011/09/16).
93. 高安 亮紀, 大石 進一: Some remarks on verified numerical computations for two-point boundary value problems, 日本応用数理学会 2011 年度年会, 同志社大学 (2011/09/16).
94. 森倉 悠介, 尾崎 克久, 大石 進一: 連立1次方程式の精度保証法に関する GPU を用いた精度速度比較, 日本応用数理学会 2011 年度年会, 同志社大学(2011/09/16).
95. 南畑 淳史, 劉 雪峰, 大石 進一: 特異関数を用いた非凸領域におけるラプラス作用素の高精度固有値評価,日本応用数理学会 2011 年度年会, 同志社大学(2011/09/16).
96. 劉 雪峰, 大石 進一: On verified evaluation of several interpolation error constants, 日本応用数理学会 2011 年度年会, 同志社大学(2011/09/16).
97. 南畑 淳史, 劉 雪峰, 大石 進一: 非凸領域でのラプラス作用素の高精度固有値評価,2011 年度 数値解析研究集会, 少年自然の家 八ヶ岳荘(2011/09/07).
98. 高安 亮紀, 劉 雪峰, 大石 進一: 任意多角形領域上での非線形楕円型境界値問題の計算機援用証明, 第 33 回発展方程式若手セミナー, つくばグランドホテル(2011/08/26).
99. 劉 雪峰: 有限要素法の計算的な誤差評価とその応用,第 33 回発展方程式若手セミナー, つくばグランドホテル(2011/08/26).
100. 山中 脩也, 大石 進一, 浦川 通:最近点への丸めを用いた高精度区間演算法, 第 40 回数値解析シンポジウム, 鳥羽シーサイドホテル(2011/06/22).
101. 山中 脩也, 大石 進一, 川森 有真: 高精度な精度保証付き指数関数計算法, 第40回数値解析シンポジウム, 鳥羽シーサイドホテル(2011/06/22).
102. 森倉 悠介, 尾崎 克久, 大石 進一: GPU を用いた連立1次方程式の精度保証法. 第 40 回数値解析シンポジウム, 鳥羽シーサイドホテル(2011/06/22).
103. 南畑 淳史, 劉 雪峰, 大石 進一: スプライン関数を用いた非凸領域でのラプラス作用素の高精度固有値評価, 第 40 回数値解析シンポジウム,鳥羽シーサイドホテル(2011/6/22).
104. 尾崎 克久, 荻田 武史, 大石 進一:点と直線の位置関係を保証する分岐が少ない浮動小数

点フィルタの設計について, 日本応用数理学会 2011 年研究部会連合発表会, 電気通信大学 (2011/03/08).

105.森倉 悠介, 尾崎 克久, 大石 進一:GPU を用いた連立一次方程式の精度保証法, 日本応用数理学会 2011 年研究部会連合発表会, 電気通信大学 (2011/03/08).

106.高安 亮紀, 劉 雪峰, 大石 進一:任意多角形領域上での非線形偏微分方程式の計算機援用証明, 日本応用数理学会 2011 年研究部会連合発表会, 電気通信大学 (2011/03/08).

107.劉 雪峰, 荻田 武史:摂動理論を用いた一般化固有値問題に対する精度保証法の改善, 日本応用数理学会 2011 年研究部会連合発表会, 電気通信大学 (2011/03/08).

108.荻田 武史: 線形方程式に対する精度保証付き数値計算法の現状, HMC セミナー, 金沢大学 (2010/12/03).

109.山中脩也:精度保証付き数値計算(1), 応用数理セミナー, 国立情報学研究所 (2010/11/26).

110.大石 進一: 非線形楕円型方程式のディリクレ境界値問題の精度保証付き数値計算法, 研究集会「数値解析と計算の信頼性評価」, ハウステンボス ユトレヒト第5会議室 (2010/11/21).

111.尾崎 克久, 荻田 武史, 大石 進一:2 次元凸包に対する精度保証が高速であるアルゴリズムと条件について, RIMS 研究集会「科学技術計算アルゴリズムの数理的基盤と展開」, 京都大学数理解析研究所 (2010/10/21).

112.高安 亮紀, 劉 雪峰, 大石 進一:無限次元固有値問題の精度保証付き数値計算を用いた逆作用素の効果的ノルム評価, RIMS 研究集会「科学技術計算アルゴリズムの数理的基盤と展開」, 京都大学数理解析研究所 (2010/10/20).

113.劉 雪峰:楕円型作用素の固有値の精度保証付き評価とその応用, RIMS 研究集会「科学技術計算アルゴリズムの数理的基盤と展開」, 京都大学数理解析研究所 (2010/10/19).

114.劉 雪峰:楕円型作用素の固有値の精度保証付き評価とその応用, 日本応用数理学会 2010 年度年会, 明治大学 (2010/09/08).

115.荻田 武史: 高精度なスパース Cholesky 分解, 日本シミュレーション学会, 山形大学 (2010/06/19)

116.劉 雪峰:楕円型作用素の固有値の精度保証付き評価とその応用, 第 29 回 日本シミュレーション学会大会, 山形大学工学部(2010/06/19).

117.高安 亮紀, 大石 進一, 久保 隆徹:Strum-Liouville 型 2 点境界値問題の精度保証付き数値計算法について, 第 29 回 日本シミュレーション学会大会, 山形大学工学部 (2010/06/19).

118.尾崎 克久, 荻田 武史, 大石 進一:計算幾何学における高速な浮動小数点フィルタの設計について, 第 29 回 日本シミュレーション学会大会, 山形大学工学部(2010/06/19).

119.荻田 武史: 悪条件行列の高精度な分解法とその応用, 数値解析セミナー(東大), 東京大学駒場キャンパス (2010/05/12).

120.高安 亮紀, 大石 進一, 久保 隆徹:非線形楕円型偏微分方程式の精度保証法とその速度評価について, 第 39 回数値解析シンポジウム, 鳥羽シーサイドホテル, (2010/05/26).

121.劉 雪峰: 楕円型微分作用素の精度保証付き固有値評価と応用, 第 39 回数値解析シンポジウム, 鳥羽シーサイドホテル, (2010/05/27).

122.荻田 武史: 高精度な固有値分解アルゴリズム, 第 15 回 計算工学講演会, 九州大学医学部百年講堂 (2010/05/28).

123.大石 進一, 高安 亮紀, 久保 隆徹: 非線形楕円型偏微分方程式の精度保証 I, 平成 22 年応用数理学会, 研究部会連合発表会, 筑波大学 (2010/03/08).

124.尾崎 克久, 荻田 武史, 大石 進一: 高速かつ支配的な半径を考慮した実区間行列の積について, 平成 22 年応用数理学会, 研究部会連合発表会, 筑波大学 (2010/03/08).

125.山中 脩也, 大石 進一: 境界要素法を用いた線形二点境界値問題の精度保証付き数値計算法, 平成 22 年応用数理学会, 研究部会連合発表会, 筑波大学 (2010/03/08).

126.高安 亮紀, 大石 進一, 久保 隆徹: 非線形楕円型偏微分方程式の精度保証 II, 平成 22

年応用数理学会, 研究部会連合発表会, 筑波大学 (2010/03/08).

127. 高安 亮紀, 大石 進一, 久保 隆徹: Sturm-Liouville型2点境界値問題の精度保証付き数値計算, 平成22年応用数理学会, 研究部会連合発表会, 筑波大学 (2010/03/08).
128. 大石 進一:非線形楕円型偏微分方程式のディリクレ境界値問題の精度保証法, 応用数理に関する愛媛ワークショップ「数値計算の数理と精度保証」, 愛媛大学 (2010/02/22)
129. 山中 脩也, 大石 進一, 荻田 武史:高速な精度保証付き自動積分における丸め誤差の事前誤差評価アルゴリズムに関する考察, 応用数学に関する愛媛ワークショップ「数値計算の数理と精度保証」, 愛媛大学 (2010/02/22).
130. T. Ogita: Robust algorithm for singular value decomposition, 応用数理に関する愛媛ワークショップ「数値計算の数理と精度保証」, 愛媛大学 (2010/02/21).
131. 尾崎 克久, 荻田 武史, 大石 進一:点と直線の位置関係の判定問題に関するフィルターに関する考察, 応用数理に関する愛媛ワークショップ「数値計算の数理と精度保証」, 愛媛大学 (2010/02/21).
132. 高安 亮紀, 大石 進一, 久保 隆徹: 線形2点境界値問題の有限要素解に対する精度保証付き数値計算法, 京都大学数理解析研究所 RIMS 研究集会「数値解析と数値計算アルゴリズムの最近の展開」, 京大会館, 京都 (2009/12/15).
133. 尾崎 克久, 荻田 武史, 大石 進一: 2 次元の凸包に関する精度保証付き数値計算, 第 3 回 63 号館 HRC シンポジウム「材料・デバイス・システム連携と次世代通信社会」, 早稲田大学 (2009/12/12).
134. 荻田 武史:浮動小数点演算と線形問題の精度保証, 日本応用数理学会3部会連携応用数理セミナー, 国立情報学研究所 (2009/12/07).
135. 尾崎 克久, 荻田 武史, 大石 進一:計算幾何学のエラーフリーアルゴリズム, 日本応用数理学会3部会連携応用数理セミナー, 国立情報学研究所 (2009/12/07).
136. 山中 脩也, 大石 進一, 荻田 武史: 数値積分の精度保証 高速な精度保証付き自動積分アルゴリズムの提案, 日本応用数理学会3部会連携応用数理セミナー, 国立情報学研究所 (2009/12/07).
137. 山中 脩也, 大石 進一, 荻田 武史: ロンバーグ積分法を利用した精度保証付き自動積分法, 加速法ワークショップ, 東京女子大学, (2009/11/27).
138. 高安 亮紀, 大石 進一, 久保 隆徹: 非線形関数方程式の精度保証付き数値計算, 非線形問題研究会(NLP), 屋久島環境文化村センター, 鹿児島 (2009/11/11).

③ ポスター発表 (国内会議 24 件、国際会議 1 件)

1. 劉 雪峰, 補間関数の誤差定数のオンライン計算について, 日本応用数理学会 2014 年度年会, 政策研究大学院大学 (2014/09/03).
2. 平沼 格, 駒見 弘市, 劉 雪峰, 大石 進一:Trace 定理の定数評価について, 2013 年度日本応用数理学会年会, アクロス福岡 (2013/09/10).
3. 森倉 悠介, 尾崎 克久, 大石 進一: GPU のメモリ制約を意識した連立1次方程式に対する精度保証法の実装, 2012 年度数値解析研究集会, 少年自然の家 八ヶ岳荘 (2012/09/07).
4. 中村 祐太郎, 関根 晃太, 森倉 悠介, 大石 進一: 成分毎評価を用いた近似逆行列の精度保証法, 平成 24 年日本応用数理学会年会, 全日空稚内ホテル (2012/08/30).
5. 高安 亮紀, 劉 雪峰, 大石 進一: Raviart-Thomas 混合型有限要素を用いた非線形作用素方程式の高精度残差評価法, 第 5 回 63 号館ハイテクリサーチセンターシンポジウム『材料・デバイス・システム連携と次世代通信社会』, 早稲田大学(2011/12/07).
6. 南畑 淳史, 劉 雪峰, 大石 進一: ポアンカレ定数の高精度評価, 第 5 回 63 号館ハイテクリサーチセンターシンポジウム『材料・デバイス・システム連携と次世代通信社会』, 早稲田大学(2011/12/07).
7. 森倉 悠介, 尾崎 克久, 大石 進一: GPU を用いた行列の正則性に関する検証法とその

精度保証比較, 第 5 回 63 号館ハイテクリサーチセンターシンポジウム『材料・デバイス・システム連携と次世代通信社会』, 早稲田大学(2011/12/07).

8. 劉 雪峰: 行列の固有値の精度保証付き評価, 第5回63号館ハイテクリサーチセンターシンポジウム『材料・デバイス・システム連携と次世代通信社会』, 早稲田大学(2011/12/07).
9. 劉 雪峰, 大石 進一: 高精度な固有値評価手法の提案, 63 号館ハイテクリサーチセンタープロジェクト 1・2 若手交流会「数値シミュレーションと高信頼通信」, 早稲田大学(2010/10/1).
10. 高安 亮紀, 劉 雪峰, 大石 進一: 非線形楕円型境界値問題の計算機援用証明ツールボックス, 63 号館ハイテクリサーチセンタープロジェクト 1・2 若手交流会「数値シミュレーションと高信頼通信」, 早稲田大学(2010/10/01).
11. 森倉 悠介, 尾崎 克久, 大石 進一: GPU を用いた行列の正則性に関する検証法とその精度保証比較, 63 号館ハイテクリサーチセンタープロジェクト 1・2 若手交流会「数値シミュレーションと高信頼通信」, 早稲田大学(2010/10/01).
12. 南畑 淳史, 劉 雪峰, 大石 進一: 固有値評価での近似多項式の接続条件について, 63 号館ハイテクリサーチセンタープロジェクト 1・2 若手交流会「数値シミュレーションと高信頼通信」, 早稲田大学(2010/10/01).
13. 荻田 武史: ロバストな行列分解とその応用, 第 2 回領域シンポジウム『越境する数学～CREST 研究報告会～』, アキバホール, 東京(2011/09/07).
14. 尾崎 克久: 最良の結果を返す行列積の計算法, 第 2 回領域シンポジウム『越境する数学～CREST 研究報告会～』, アキバホール, 東京(2011/09/07).
15. 劉 雪峰, 大石 進一: 任意多角形領域におけるラプラス作用素の固有値評価システムについて, 第2回領域シンポジウム『越境する数学～CREST 研究報告会～』, アキバホール, 東京(2011/09/07).
16. 山中 脩也, 大石 進一: 高精度な精度保証付き指数対数関数計算法, 2011 年度数値解析研究集会, 第2回領域シンポジウム『越境する数学～CREST 研究報告会～』, アキバホール, 東京(2011/09/07).
17. 高安 亮紀, 劉 雪峰, 大石 進一: 任意多角形領域上の楕円型非線形偏微分方程式の計算機援用証明, 第 2 回領域シンポジウム『越境する数学～CREST 研究報告会～』, アキバホール, 東京(2011/09/07)
18. 山中 脩也, 大石 進一: 高精度な精度保証付き指数対数関数計算法, 2011 年度数値解析研究集会, 少年自然の家 八ヶ岳荘, 長野県諏訪郡富士見町 (2011/09/06)
19. 森倉 悠介, 尾崎 克久, 大石 進一: GPU を用いた行列の正則性に関する検証法とその精度保証比較, 2011 年度数値解析研究集会, 少年自然の家八ヶ岳荘, 長野県諏訪郡富士見町(2011/09/06)
20. 関根 晃太, 大石 進一: 3 次元音響散乱問題における Lippmann-Schwinger 方程式の精度保証付き数値計算, 2011 年度数値解析研究集会, 少年自然の家八ヶ岳荘, 長野県諏訪郡富士見町(2011/09/06)
21. 高安 亮紀, 大石 進一:凸多角形領域上での非線形偏微分方程式の計算機援用証明、第4回63号館ハイテクリサーチセンターシンポジウム『材料・デバイス・システム連携と次世代通信社会』、早稲田大学西早稲田キャンパス(2010/12/18).
22. 高安 亮紀, 大石 進一, 久保 隆徹: 非線形偏微分方程式の Dirichlet 境界値問題に対する計算機援用証明、63 号館ハイテクリサーチセンタープロジェクト I 若手交流会、早稲田大学西早稲田キャンパス(2010/06/26).
23. N. Yamanaka, T. Ogita, S. M. Rump, S. Oishi: A Parallel Algorithm for Accurate Dot Product, SIAM Conference on Parallel Processing for Scientific Computing (PP10), Grand Hyatt Seattle, Seattle, Washington, February 25, 2010.
24. N. Yamanaka, S. Oishi, T. Ogita: A Verified Automatic Repeated Integration Algorithm based on Double Exponential Formula, 第 3 回 63 号館ハイテクリサーチセンターシンポジウム『材料・デバイス・システム連携と次世代通信社会』, 早稲田大学大久

保キャンパス (2009/12/12).

25. 高安 亮紀, 大石 進一, 久保 隆徹: 2 点境界値問題の精度保証付き数値計算法, 第 3 回 63 号館ハイテクリサーチセンターシンポジウム『材料・デバイス・システム連携と次世代通信社会』, 早稲田大学大久保キャンパス (2009/12/12).

(4)知財出願

①国内出願 (0 件)

②海外出願 (0 件)

(5)受賞・報道等

① 受賞

1. K. Tanaka, JSST 2013 International Conference, Student Presentation Award
2. * 大石進一:紫綬褒章, 2012.
3. 尾崎克久, 荻田武史, 大石進一: 2012 年度日本応用数理学会ベストオーサー賞
4. 中村祐太郎, 関根晃太, 森倉悠介, 大石進一: 日本応用数理学会 2012 年度年会 優秀ポスター賞
5. 劉雪峰: Scilab Toolbox Japan Contest 2012 最優秀賞[一般カテゴリ]
6. 大石進一, 荻田武史: 日本応用数理学会第 1 回業績賞 [分類 A], 実用的な精度保証付き数値計算法の確立, 2012 年 2 月.
7. 日本シミュレーション学会奨励賞(2011), 高安亮紀, 2011 年 11 月.
8. Scilab Toolbox Contest in Japan 2011 最優秀賞【一般カテゴリ】, 尾崎克久, 荻田武史, 2011 年 9 月.
9. 2011 EASIAM Student Paper Competition 3rd Prize, 高安亮紀, 2011 年 6 月.
10. Scilab Toolbox Japan Contest 2010, 最優秀賞 (一般カテゴリ)
11. * 大石進一: 平成 22 年度文部科学大臣表彰科学技術賞.

(6)成果展開事例

①実用化に向けての展開

- 開発したプログラム「HIKMOT」について、研究室HP http://www.oishi.info.waseda.ac.jp/~takayasu/hikmot/ にて公開中。
- 日本応用数理学会のセミナーなどで、研究者に対し本研究で開発した精度保証法について紹介している。

②社会還元的な展開活動

有限要素法の古典的な誤差評価は従来, 収束オーダーや安定性の評価などの定性的な評価が主流であった. しかし, CREST 大石チームでは精度保証付き数値計算を用いてこれらの定量的な誤差評価を可能にした. また従来の数学解析では処理の困難であった偏微分方程式の領域の非凸な角に現れる解の特異性を自動的に処理することが可能になる汎用的な計算理論を構築した. これらの結果は Web アプリケーションとして公開されており, 世界中の人がブラウザ上で高速, 高精度そして高信頼な計算を容易に実行することができる.
http://www.xfliu.org/onlinelab

§6 研究期間中の活動

6.1 主なワークショップ、シンポジウム、アウトリーチ等の活動

年月日	名称	場所	参加人数	概要
2014 年 3 月 15 日～20 日	The International Workshop on Numerical Verification and its Applications 2014	早稲田大学, 京都大学	40 名	精度保証付き数値計算に従事する研究者 13 名を招聘し, 当プロジェクトの成果報告を含む国際会議を行う.
2011 年 10 月 2 日～4 日	精度保証付き数値計算における理論と応用の新展開	稚内全日空ホテル	6 名	CREST の研究成果を発表・議論した
2011 年 11 月 14 日	Workshop on Recent Results of Verified Numerical Computations	早稲田大学	18 名	海外からの研究者に対して CREST の研究成果を発表・議論した