

戦略的創造研究推進事業 CREST
研究領域「数学と諸分野の協働による
ブレークスルーの探索」
研究課題「複雑な金融商品の
数学的構造と無限次元解析」

研究終了報告書

研究期間 平成21年10月～平成27年3月

研究代表者：コハツ-ヒガ アルトウーロ
(立命館大学
大学院理工学研究科、教授)

§ 1 研究実施の概要

(1) 実施概要

米国の住宅バブル崩壊により、2008 年頃から金融危機が始まり、信用リスクによる金融業界の変化が始まった。このような現象が起こった事由は現在、完全には解明されていないがいくつかの要素は判明している。その中のいくつかは数学的な問題として取り上げられている。

経済主体のための複雑金融商品の構成が 1970 年代から提案されており、その売買が活発に行われているが、その商品のリスクが正しく評価されず、金融危機の原因の一つであった。

本研究では、リスクの正しい評価を可能にするために数学的な技術の展開について以下のテーマで研究を行った

1. 金融市場では、商品価格の設定は最大値と最小値を評価し売買を行うことが通用である。しかし、数学的見地からみると商品価格の設定は無次元の要素により決定されるため、リスク評価を無次元要素のある確率変数の評価を行った上で決定するべきであると考えた。特に、確率過程の最大値や最小値の評価も必要であるが、一般的にはその確率変数のシミュレーションが難しい課題であるため、
 - A. まず、最大値によるリスクは、非常に不安定な量であることを証明した。この意味では正確な評価が絶対的に必要であることが明らかになったと言える。
 - B. 確率過程の最大値や最小値のシミュレーション方法を提案した。この方法は、現在広く使われている方法より信用ができ、正確なリスク評価が可能である。
2. 複雑な金融商品価格は市場の状況により、頻繁にジャンプする。統計的な評価によるとジャンプの頻度は無限大である。これは Levy 過程理論の中で無限活動過程と呼ばれており、この確率過程モデルが存在する。このモデルのジャンプ型確率過程は無次元活動過程であり、シミュレーションが難しい課題であるが、本研究ではいくつかの結果が得られた。
 - A. 次元圧縮方法によるジャンプ型確率微分方程式の無限活動過程の新シミュレーション方法を提案した。
 - B. 本研究で構築した Stochastic Parametrix 方法により新シミュレーション方法の提案ができた。理論の展開が必要であるが、最大値のシミュレーションも可能と推測できる。
3. 1. と 2. の結果を踏まえ、新しい無次元解析道具を作ったことによって **Exact Simulation** が可能となり、シミュレーション関係の問題が解決可能という事だけではなく統計的な解析方法として役に立つと言える。

(2) 顕著な成果

<優れた基礎研究としての成果>

1. **Parametrix Simulation**: 確率微分方程式の解の最大値や最小値に関して伝統的な無次元解析を利用した解析方法を提案した。この技術はシミュレーション方法の解析が未完成であるが、最近確率的な Parametrix 方法によって可能であるのではないかと確信がある。この結果についての Bally-Kohatsu の論文[R-60]は最近、国内外から高く評価されており期待されていることが分かった。
2. **Statistical Asymptotic Analysis**: Parametrix 方法は 100 年前から存在する偏微分方程式の方法であるが、統計的な応用としてあまり存在していなかったため、統計的な推定や検定方法にどのように役に立つのかについて考えた。特に一般の統計学ではデータモデルが滑らかではなくても推定や検定が可能だが、確率微分方程式では係数が滑らかな設定の場合についての解析方法が存在しない。複雑金融商品では滑らかでない場合が多いため、理

論の拡張が必要であり、いくつかの準備結果ができた。

3. 本研究において、エルゴード的拡散過程のドリフトとボラティリティパラメータの適応的推定法の開発と推定量の理論的性質を証明した。データ数と刻み幅に関する一般のバランス条件の下で、最初にボラティリティ推定を行った後に、適応的ドリフト推定量を導出し、さらにその推定量を用いて、適応的ボラティリティ推定量を求める。バランス条件によって、そのステップ数が決まる。この適応的推定法は、最尤型推定量の良い性質を保持しているだけでなく、データ解析を行う上で、効率的な計算法を提供するものである。本研究を基にして、適応的ベイズ推定法や適応的検定法、適応的情報量規準などが開発されている。

Masayuki Uchida and Nakahiro Yoshida, Adaptive estimation of an ergodic diffusion process based on sampled data, *Stochastic Processes and their Applications*, 122, no. 8, pp.2885-2924, 2012. (DOI: 10.1016/j.spa.2012.04.001).

< 科学技術イノベーションに大きく寄与する成果 >

1. **Automatic Estimation : Parametrix** を基礎としたモンテカルロ方法を提案した。この事により、シミュレーション方法の世界は激変すると予想される。以前は近似でしか計算できなかったリスク量にこの技術を適用することにより **Exact Simulation** が可能となる。金融機関のリスク評価においては非常に役に立ち、近い内にどのリスク計算ソフトにもこの技術が適用されるであろう。

2. **Parametrix** 方法を利用した理論展開方法つまり、理論に基づいた統計的手法を構築した。確率微分方程式の統計的な推定や検定を行う際は、係数が滑らかであることを仮定する事は通用である。しかし、無限次元解析を利用する場合があるため、この仮定を回避する事はできない。この展開方法は特に金融業界で使われている確率微分方程式の滑らかでない係数に対し、きちんとした理論の下で統計理論の展開ができ、パラメーターの推定や、状態スイッチングモデルでも統計的な推定方法が可能になる。

3. 本研究において、離散観測に基づくエルゴード的拡散過程の未知パラメータを推定するための効率的計算法を開発した。適応的最尤型推定量と適応的ベイズ推定法を **one-step** 推定法(ニュートン・ラフソン法)に応用して、初期推定量の収束率に応じて、ニュートン・ラフソン法のステップ回数が決まることを証明した。特に温めたベイズ型推定量を初期推定量とし、擬似尤度関数に基づいたニュートン・ラフソン法(ハイブリッド・マルチ・ステップ推定量)が効率よく計算されることを数値シミュレーションで確認した。ニュートン法の初期推定量として、温めたベイズ推定量を適用できること示した意義は大きく、尤度関数の最適化の初期値としても適用でき、擬似ニュートン法などにも応用することによって、計算統計理論への貢献も期待される。

Kengo Kamatani and Masayuki Uchida, Hybrid multi-step estimators for stochastic differential equations based on sampled data, *Statistical Inference for Stochastic Processes*. (in press).

§ 2. 研究構想

(1) 当初の研究構想

本研究の目的は、仕組商品(Structured products)の数学的解析である。仕組商品とは金融デリバティブ、先物などの組み合わせで作られた金融商品であり、顧客ニーズに沿って設計されているためその多くは複雑な解析を要するものである。この解析を行うためにまず、

1. 金融業界の経験があるチームメンバーと深く議論を行い仕組商品の特徴や数学的の技術について議論を行った。結果、ジャンプ型モデル(特に Fat Tail モデル)、停止時間を含んだモデルや確率過程の最大値、モデル選択問題、パラメーター推定などに関して数学的な技術を深める必要があると結論になり、それぞれのテーマについて議論を行った上で成される無限次元解析の理論を利用し、H23 年度までに、具体的な計算のために次元圧縮を行うことを計画した。
2. 最初に Malliavin 解析と呼ばれる無限次元解析方法を利用し、連続確率微分方程式の最大値の解析を行った。この解析方法を利用し、高速シミュレーション方法の提案について検討した。また、リスクを計るために具体的な仕組商品に適用する。
3. 金融業界ではモデルによるリスク評価が基準になっており、確率過程の無限次元分布に対するモデル選択基準として、ジャンプ型拡散過程の離散観測に基づく情報量規準を構成し、その漸近挙動を解析する。また、そのための統計的推定の理論も整備する。このために不連続高頻度なデータの解析を計画した。
4. 離散観測に基づく確率微分方程式モデルの統計的モデリングおよび数理ファイナンス・保険数理への応用的研究を目指した。金融高頻度データから有益な情報を抽出し、確率微分方程式モデルの推定・予測精度を向上させる統計的方法論の開発およびその数学的正当化が具体的な目標の一つであった。また、得られた統計理論を基礎にした高頻度データ解析や漸近理論を通じて、数理・統計ファイナンスや保険数理への応用を行う計画であった。

(2) 新たに追加・修正など変更した研究構想

① 中間評価で受けた指摘や助言、それを踏まえて対応した結果について

中間評価で受けた主な2つの指摘の1つに「金融機関である野村証券グループの研究参加の場をもっと積極的参加」があったため、野村証券グループと、初年度に掲げた研究の方向性やどの数学の技術を適用するかについて、特に最近の **parametrix** の評価について再度深く議論を行い、高速なシミュレーション方法やモデル選択基準、高頻度データ解析方法などの具体的なテーマを改めて決定した。特に滑らかでない汎関数や無限活動ジャンプ型確率微分方程式に関して無限次元解析の必要性を理解し、その応用まで展開すべきという共通認識の再確認の下研究を進める事にした。研究開始～2年目で前述の研究テーマで利用していた Malliavin 解析の限界についても深い理解ができ、停止時間に関しての解析が特に必要不可欠であるため、別の理論の構成として確率的な **Parametrix** 方法を利用した新しい理論の組み立てを中間報告後より開始した。この方法は、将来的に非常に高い価値が得られると予想されるが、その展開を行うために素早くさまざまな応用を考え論文を発表した。現在、その方向で動いており、H26 年度より共同研究を行っている研究者を増やし、さまざまなテーマでの展開も目指している。また、野村証券のグループと研究成果について随時相談した結果、実務面における非常に高い評価を得たので、この方法に関して次の研究を行った。

- ・ 確率微分方程式の滑らかでない汎関数に関しての無限次元解析や高速シミュレーション方法に関しての検討
- ・ ジャンプ型確率微分方程式のシミュレーション方法の構成
- ・ 滑らかでない確率微分方程式のパラメーター推定の構成

上記3つの目的においては幅広い展開を目指すためにポスドクや研究協力者や大学院生が研究

を行っている。

2つ目の指摘「シミュレーショングループと統計グループと連携強化」に関して、より連携を強化するために沖縄研究会の際にチーム内の議論を行い、シミュレーションチームにデータ解析チームの研究テーマに関連するPDを雇用することで互いのチーム連携や理解を深めるのではないかとこの意見がでたため平成26年度に1名雇用した。

また、議論の結果以下のテーマをシミュレーションチームも展開することになった。無限次元解析方法の一つである Malliavin 解析が、この設定によって無限次元軸が決定され次元圧縮方法を適応する場合にこの解析の仕方によって制限が生まれてくる。この意味では広い方法論の探索が必要であるという意見があり、両グループで確率的な parametrix 方法により新無限次元解析方法の提案について研究を行った。この方法によって確率過程の最大値や停止時間などの無限次元解析が可能になる。また、前述を踏まえて統計的な応用も考え、平成25年度より無限次元解析の応用として滑らかでない係数の確率微分方程式のパラメーター推定の漸近性質についても検討し、ジャンプ型確率微分方程式のシミュレーション方法の構成が必要という結果が得られた。

② 中間報告書の「§7. 今後の研究の進め方、および研究成果の見通し」に記載した事項に沿って、研究を進めた結果について

【シミュレーショングループ】

通用の無限次元解析の限界を感じて、できるだけ拡張できる技術を検討し、特に停止時間に関係する複雑な金融商品の解析を行う際に必要な数学的な道具が存在しないためその道具の構築や、Holder 係数の確率微分方程式の解析やシミュレーション方法に関して検討していくことを目的とした。その結果、偏微分方程式の解析のために利用される parametrix 方法に関して確率的な表現により数値計算のための新シミュレーション方法の構築ができ、その解析方法も提案した。特に普通の偏微分方程式にある parametrix 表現を数値解析のために利用すると高次元積分が現れ、モンテカルロ方法を適応することで迅速に計算できる方法を見つけた。この理論(論文[R-60])を、いくつかの研究会で発表し、特別に集中講義も行った。今後さまざまな展開が期待できる。また、Patrik Andersson 氏との共同研究(論文[R-63])で連続確率微分方程式の場合における Holder 係数のモデルに関してシミュレーション方法についても提案できた。この方法は新無限次元解析方法の要素が存在するやジャンプ型確率微分方程式に対しても展開もっており、反射付確率微分方程式や確率過程の最大値やジャンプ型確率微分方程式に対しての応用についても拡張した。その結果次第で、実務界において高い評価がされるのではないかと予想される。その場合、複雑な金融商品の価格やヘッジだけではない「正しい」リスク評価を行うことが可能となる。また、商品の種類により危険性が存在する事に対しても詳しく調査した。

【データ解析グループ】

ジャンプ付き確率微分方程式モデルの統計的モデリングについては、推定量や情報量規準の開発が進んでおり、現在は情報量規準の数学的正当化に取り組んでいるところである。高頻度データのモデリングの数理ファイナンスへの応用として、非線形なコスト制約の下で、確率積分の離散化に伴う平均二乗誤差漸近下界を導き、下界を達成する離散化スキームを陽に与えた。この結果は特に金融商品に対して、非線形な取引費用の下で、最適なヘッジ取引タイミングを陽に記述するものである(適切なリスク管理)。また、派生証券の価格付けモデリングとしては、ある特定のペイオフに対するエキゾチックオプション価格が一意に定まり、それが一般のヨーロッパ型オプション価格の漸近展開係数を決定することを見出した。離散観測における閾値型拡散過程モデルのパラメトリック推測については、推定法の開発はなされ、シミュレーションによる検証も完了しているが、その数学的正当化を現在研究中である。非同期観測モデルに対する真の尤度の LAMN property と漸近効率性について研究を行った。非同期観測モデルにおける検定統計量の研究や非同期観測モデルにマイクロストラクチャーノイズを付与したモデルに対する疑似尤度解析は現在研究中である。

③ 上記①②以外で生まれた新たな展開について

【シミュレーショングループ】

1. Patrik Andersson 氏 (Stockholm University) との共同研究で、Stochastic Parametrix のモンテカルロシミュレーション方法を初めて実装し、具体的な評価を行った。特に Holder 係数の確率微分方程式のシミュレーションを行い収束レートが得られた。この方法を用いて無限次元解析方法から次元圧縮を行い、モンテカルロ方法を実現できた。一般的に用いられる Euler-丸山近似より早いシミュレーション方法である。
2. このプロジェクトの初期にできたジャンプ型確率微分方程式のシミュレーション方法に関して高評価を受け、EPFL(スイス)で集中講義を行った。
3. Stochastic Parametrix シミュレーション方法に関して Ecole Nationale des Ponts et Chausees で集中講義を行った。特に滑らかでない係数確率微分方程式のシミュレーション方法に関して紹介した。
4. Stochastic Parametrix 方法に関して諸分野の研究者に注目されているため、共同研究者を増やし、さまざまなテーマで展開を行っており、以下はその一覧である。
 - a. Peter Tankov(Paris VII) : ジャンプ型確率微分方程式
 - b. Aurelien Alfonsi (ENPC), 林正史(琉球大学) : 反射付確率微分方程式や最大値のシミュレーション方法、
 - c. 田口 大 (立命館大学)、Jie Zhong (University of Central Florida) : 滑らかでない係数の確率微分方程式のシミュレーション方法に関して
 - d. Libo Li (University of South Wales) : stable 型確率微分方程式の解析
 - e. Alex Kulik (Ukraine Academy of Sciences) : stochastic parametrix 方法と確率微分方程式のパラメーター推定
 - f. Noufel Frikha(Paris VII) : 密度関数の展開

【データ解析グループ】

1. 従属性のある超高頻度データ解析(Ultra High Frequency Data Analysis)を行う際に、データ数が膨大なため(ビッグデータ)、データが持つ情報量は限りなく連続型データに近いものとなり、最適な推測ができるはずである。ところが、実際に金融ビッグデータから高次元パラメータの推定量や統計量を R 言語などを用いて数値的に計算する場合、一般に擬似尤度関数が大変複雑になり、最適化などに失敗して、理論的結果と同様のものを算出することが困難になる。これは確率過程における高頻度データ解析だけでなく、あらゆるビッグデータ解析に共通する問題である。計算統計理論に基づくビッグデータ解析は、ビッグデータ時代における数理学の重要課題の一つになるはずである。計算統計理論の専門家と共同で、高頻度ビッグデータにおける確率微分方程式の計算統計理論の整備および金融超高頻度データ解析への応用研究に取り組んでいる。

§ 3 研究実施体制

(1) 研究チームの体制について

① 「シミュレーション」グループ

研究参加者

	氏名	所属	役職	参加時期
○	コハツ-ヒガ アルトゥーロ	立命館大学理工学研究科	教授	H21.10～
	赤堀 次郎	立命館大学理工学研究科	教授	H26.4～
	土屋 貴裕	会津大学コンピュータ理工学部	准教授	H23.4～
	Makhlouf Azmi	Tunis Al-Manar National Engineering School of Tunis (ENIT)	Assistant Professor	H22.7～
	林 正史	琉球大学理学部	助教	H22.10～
	Ngo Long Hoang	Department of Mathematics and Informatics Hanoi National University of Education	Lecturer	H23.1～
	Li Libo	University of New South Wales	Lecturer	H25.1～
*	結城 郷	立命館大学総合科学技術研究機構	専門研究員	H22.7～
	Zhong Jie	University of Central Florida	Assistant Professor	H25.8～
	Song Xiaoming	Drexel University	Assistant Professor	H25.9～
*	Tran Ngoc Khue	立命館大学総合科学技術研究機構	専門研究員	H26.10～
*	山口 武彦	立命館大学総合理工学研究機構	RA	H22.4～H25.3
	中津 智則	立命館大学理工学部	助教	H23.4～
	田中 秀幸	立命館大学理工学部	助教	H23.4～
*	永井 翔太	立命館大学大学院理工学研究科	M2	H23.1～H24.3
*	田口 大	立命館大学大学院理工学研究科	M1～D1	H24.4～
*	立入 聖也	立命館大学大学院理工学研究科	M1～M2	H24.4～H26.3
*	井之上 翼	立命館大学大学院理工学研究科	M1～M2	H24.4～H26.3
*	市成 広樹	立命館大学大学院理工学研究科	M1～M2	H24.4～H26.3
*	田中 佑弥	立命館大学大学院理工学研究科	M1～M2	H24.8～
*	岩元 駿介	立命館大学大学院理工学研究科	M2	H25.1～

*	古澤 瑞喜	立命館大学大学院理工学研究科	M1	H26.4～
*	松畑 涼	立命館大学大学院理工学研究科	M1	H26.6～
*	清水 信孝	立命館大学大学院理工学研究科	D2	H26.6～
	大本 隆	野村証券金融工学研究センター		H21.10～
	藤原 武弘	野村証券金融工学研究センター		H21.10～
	藤原 哉	野村証券金融工学研究センター		H21.10～
	山中 智	野村証券金融工学研究センター		H21.10～

研究項目

シミュレーショングループ

「ジャンプ型高次元確率微分方程式:無限次元解析とシミュレーション方法」

▼ジャンプ型 SDE の近似

理論的な側面からみたランダムな刻みに関する作用素分解法

- ・モーメントが存在する場合
- ・モーメントが存在しない場合(安定過程)

▼Malliavin 解析: 最大値に依存する複雑金融派生商品の新しいシミュレーション方法

- ・確率微分方程式の最大値
- ・Greeks の計算: 最大値に依存する複雑金融派生商品のリスク解析
- ・ジャンプ型確率微分方程式の Greeks の新しい計算手法の開発
- ・漸近統計のための無限次元解析

▼BSDE の解の新しい計算手法の開発

▼「無限次元解析とシミュレーション方法:新技術 stochastic Parametrix」

- ・状態スイッチングモデルに関して
- ・stochastic Parametrix と無限次元解析:シミュレーションへの応用、分散減少法
- ・ジャンプ型確率微分方程式の新しいシミュレーション方法
- ・漸近統計のための無限次元解析
- ・状態スイッチングモデルのシミュレーションと解析

② 「データ解析」グループ

研究参加者

	氏名	所属	役職	参加時期
○	内田 雅之	大阪大学基礎工学研究科	教授	H21.10～
	仁科 一彦	大阪大学大学院経済学研究科	教授	H21.10～H22.3
	大西 匡光	大阪大学大学院経済学研究科	教授	H21.10～
	大屋 幸輔	大阪大学大学院経済学研究科	教授	H21.10～
	清水 泰隆	早稲田大学理工学術院基幹理工学部 応用数理	准教授	H21.10～

		学科		
	深澤 正彰	大阪大学大学院理学研究科	准教授	H21.10～
	田村 隆志	大阪府立大学 学術研究院	准教授	H21.10～
	藤井 孝之	滋賀大学経済学部研究科	准教授	H23.4～
	荻原 哲平	統計数理研究所 統計思想院	助教	H24.7～
	鎌谷 研吾	大阪大学大学院基礎工学研究科	講師	H26.4～
*	久納 誠矢	大阪大学金融・保険教育研究センター	特任研究員 S	H26.4～
*	中野 良則	大阪大学大学院経済研究科	M1	H21.11～H22.2
*	田中 章博	大阪大学大学院基礎工学研究科	M2	H21.11～H22.2

研究項目

「確率微分方程式の統計的モデリングと複雑金融商品の解析への応用」

- ▼ 確率微分方程式の統計的モデリング
- ▼ 数理ファイナンスへの応用
- ▼ 保険数理への応用

(2)国内外の研究者や産業界等との連携によるネットワーク形成の状況について
(研究チーム外での連携や協働についてご記入ください。ライフ分野では臨床医等を含みます。)

▼International Symposium

国際研究会を4回実施した。その際、国内外で研究者を集めて講演発表及び議論を行った。研究中間年度には、本研究の成果評価として意見交換を行い、国内外の研究者間ネットワークが非常に広がった。さらに、シミュレーション関係の研究者と統計学の研究者が交わった事で日本国内においてこのテーマに関する項目が共通点となり、数学者も金融応用のテーマに関心を持つようになった。

▼セミナー

シミュレーショングループでは、基本的に毎週1回、国内外の研究者を招聘しセミナーを開催している。

▼ポスドク

7人が参加し、このテーマに関する彼らの理解がより深まったため、今後大学院生を育成し、日本国内に非常に大きな影響を与えるのではないかと期待している。

▼大学院生

大学院生をアルバイト雇用することでシミュレーションや数学根拠の技術習得ができた。その経験が金融期間で働く際に大いに役に立つ。

▼共同研究

本研究がきっかけとなり構成された共同研究を行っている。国際的な研究者が参加しており、今後爆発的に金融問題だけではなく、さまざまな分野で爆発的に影響が生まれるだろう。

▼データ解析に関して

東大数理の確率過程統計グループと共同研究を行っている。

ヨーロッパの確率過程統計グループDYNSTOCHが開催する国際ワークショップには、毎年チームのメンバーを派遣して、研究交流を行っている。

§ 4 研究実施内容及び成果

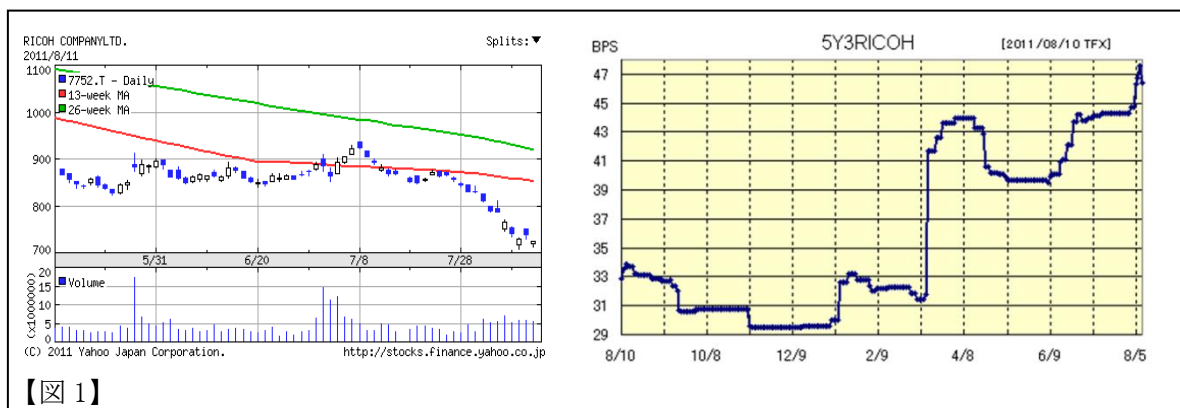
4. 1 「ジャンプ型高次元確率微分方程式:無限次元解析とシミュレーション方法」 (立命館大学 シミュレーショングループ)

(1)研究実施内容及び成果

複雑に設計された金融デリバティブは仕組商品と呼ばれ、近年盛んに取引されているものの、その未熟な取扱いが最近の金融危機の一因となったと指摘されている。本研究では、仕組商品の価格付け・リスク管理の構造解析のために、数学的観点から高次元または無限次元の問題として捉え、その解析、シミュレーション方法とデータ解析を考えている。そのために2つのサブグループに分けて研究を行った。

平成21年度より仕組商品の中からCDOと呼ばれる商品について研究を行った。CDOに関して、シミュレーションや文献の評価をした上で、高次元ジャンプ型モデルを利用する必要があることが判明した。また、データ解析を行うために統計的な技術の構築に取り組んだ。

複雑な金融商品についての研究背景として、豊富な表現力をもつ確率微分方程式を用いて、金融市場のマイクロストラクチャーをとらえる数理モデルを構築することは、金融実務界の標準的アプローチとなっている。また高頻度データが比較的容易に入手可能となった現在では、確率微分方程式モデルの統計解析が、株価や債券等のマイクロストラクチャーの分析のための科学的手法として注目されている。一方で仕組商品など多くの要素が複雑に絡み合った問題では、モデルが本質的に高次元的・無限次元的となり、それを実務的に実装可能なレベルまで近似・単純化する理論的な枠組みは未だ整備されていない。現実と異なったモデルを採用したこと起因するモデルリスクと呼ばれるリスク要因がきちんと解析されていないと言い換えられ、上述のように不適切なモデルの単純化が重大な危機を招いたとの反省から、モデルに対するより深い洞察と、正当性が理論的に保証された近似モデルの構築、モデル評価のための客観的な指標及び、数値シミュレーション法、統計的推定法を含む実装可能なスキームが金融実務界から切実に求められている。そこで、複雑金融商品の基本性質を理解するために次の信用リスク商品:CDS(credit default swap)を紹介する。CDSの価格からその会社の倒産確率を読み取れる場合がある。信用リスク商品に関する研究から、いくつかの数学的な性質が明確に解明できた。その説明を行うために実際のデータにあてはめ検証を行っている。例えば以下【図1】の左図はRICOHの株価データである。右図はCDSのデータである。



$\{X_{t_k}; k=0, \dots, N\}$ がデータとして存在すると仮定し、そのデータのモデルが $dX_s^i = b_i(X_s, \theta_1)ds + \sigma_{i,j}(X_s, \theta_2)dW_s^j + \bar{\sigma}_{i,j}(X_s, \theta_3)dZ_s^j$ とし、この確率微分方程式を一つの企業の資産の動きを表すとす。 ds で表す係数が短時間での無リスク資産の動きを表す項である。 W がブラウン運動(ホワイトノイズ)を表し、連続で確率論的に動いていることを表す項である。最後

に Z はジャンプ型確率過程であり、確率論的にジャンプを表す項である。金融モデルで通常よく使われるジャンプ項 Z は、有限時間内で無限回ジャンプすることがあるので、どの有限区間でも無限次元の要素がある。シミュレーションの観点からみると、ジャンプする時間とジャンプの大きさを考慮する必要があり、非常に複雑な問題である。そのために様々な有限次元の近似を提案し、実際の計算の精度とコストを測り、シミュレーションの評価を行った。また、 $\theta = (\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ を推定し、統計的な議論を行うために、高頻度データが存在するという仮定の下で理論的な研究を進めた。

マイクロストラクチャーノイズ(金融市場のマイクロ構造に起因するノイズ)の影響、ジャンプの存在、Adaptive Estimation などについて研究を行い、これまでの研究成果である理論を実際の市場データに適用し、その精度を測った。

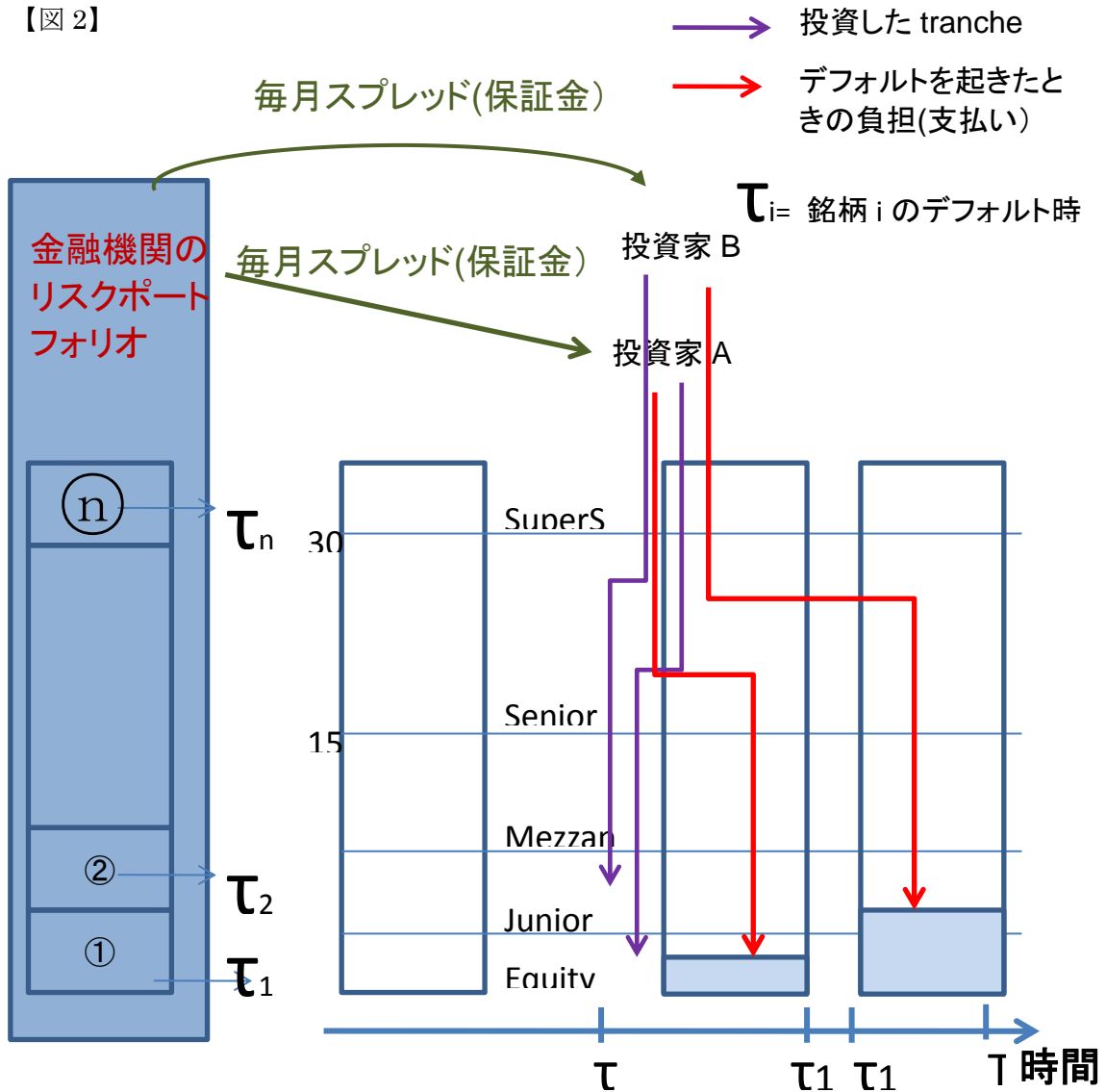
上記のデータを比べると株価と CDS 価格の関係が分かる。7 月後半の株価の下落に伴い、CDS 価格は上昇している。これは企業の倒産確率が高くなっていることが反映したものと考えられる。しかし、必ずしも明確な関係が見えない場合もある。例えば、5 月は株価の変動は少ないが CDS 価格は 5 月に下落している。この事から分かる様に、CDS を元にした金融商品は最も解析困難な上、ジャンプの存在が認められる金融商品の一つと言える。このため、ジャンプ型確率微分方程式やその最大値の解析の必要性がわかる。

他の複雑金融商品として、CDO(collateralized Debt Obligation)がある。貸付債権や債券などからなる金融商品を担保とする金融商品を用いて簡単に説明する。ある金融機関が銘柄 $1, \dots, n$ (例えば、銘柄 i が会社 i の債権である) の集まりを所有しているとする。この金融機関はデフォルトリスクを避けるために、CDO という複雑な金融商品を構成する。金融機関は銘柄をリスククラス(金融業界では、各クラスのことを 'tranche' と呼ぶ)に分ける(図 2 では 5 つの tranche に区分している: Equity (高リスク高リターン) から SuperSenior (低リスク低リターン) まで)。投資家(信託銀行等)はこれらの各 tranche のリスク量を計算し投資する(この投資額は、担保として預ける)。保証金(スプレッド)を毎月もらうことができるが、スプレッドはリスク tranche により異なる(Equity tranche のスプレッドの方が高くなるのが通用である)。デフォルトが起きると、投資した金額(担保)が Equity tranche から順に金融機関に支払われるので投資金額は消えていく。上の図では Equity tranche に投資した、投資家 A の時刻 T での投資額は完全に消えている。Junior tranche 投資した投資家 B のある部分も消えている。

この金融商品をモデル化するために、銘柄 i の価格指数を $X_i(t)$ ($0 \leq t \leq T$) とする。この価格指数 $X_i(t)$ が、ジャンプ型確率微分方程式に従うものとする。さらにデフォルトの定義として「 X_i がある値 K_i を下回るときにデフォルトが起こる」とする。デフォルト時間は様々なモデルの設定の方法が存在するが、構造モデルでは次の時間の性質を調べた。 $\tau_i = \inf \{t; X_t^i \leq K_i\}$ ここでは K_i をデフォルトレベルという。しかし、 $\{\tau_i \geq t\} = \left\{ \min_{s \leq t} X_s^i > K_i \right\} = \left\{ \max_{s \leq t} -X_s^i < -K_i \right\}$ が分かるので、 X の最大値について性質を調べることを目的とし、このようなモデルでスプレッドの評価、リスク量などの計算を行った。平成 21 年度に、複雑な金融商品の議論を行った結果、数学的な性質に関しての今後の研究の進め方として、以下の主な方針をたてた。

1. 高次元ジャンプ型確率微分方程式を扱う。
2. 1. のシミュレーション方法に関する研究を行う。
3. データの解析を行うために、統計学的な新しい技術の開発を行う。
4. デフォルト時間や確率過程の最大値の解析やシミュレーションは難しい課題であるが、研究をすすめ、その後リスク評価も行う。

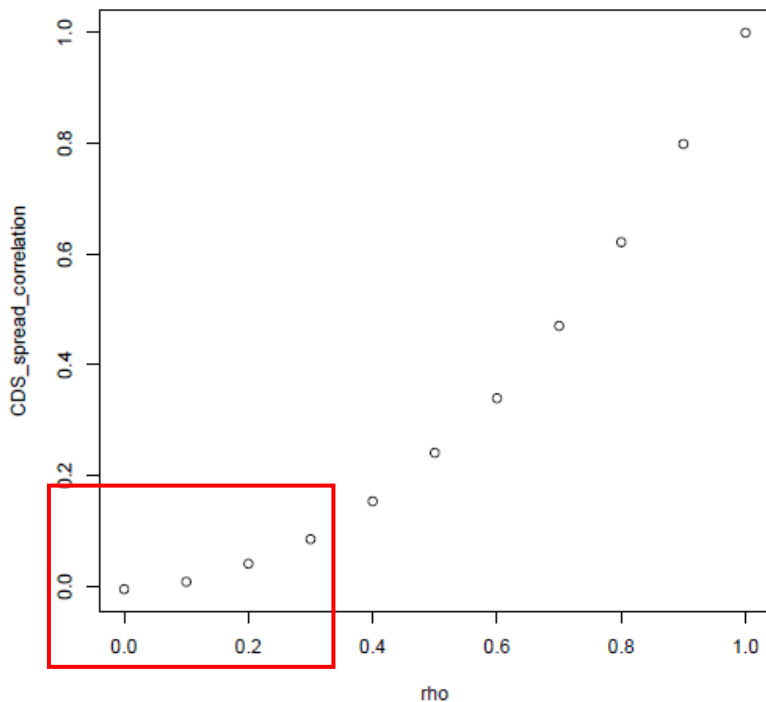
【図 2】



数学的な技術の展開と複雑金融商品の性質の理解を深めるために信用リスクの商品性質について研究を行った。特に CDO 商品に関して、シミュレーションや文献の評価をし、CDS や CDO の定義とその数学的な問題、特に相関に関して重点的に解説し、基本的なモデルである Copula モデルの弱みについて論文を発表した。また、構造モデルや強度モデルに関するシミュレーションを行い、その結果から問題点や研究課題が見える形にまとめた。

ここで、その中の一つの例を紹介する。通常は連続過程を使って、強度モデルを構成する。そのシミュレーションの結果に基づいてみると、相関と呼ばれるパラメーターが小さい値をとる時に仕組み商品の spread はあまり変化しないことが判明した。この結果によりモデルとして使う際にキャリブレーションが不安定であることが分かる。

【図 3】 Asset correlation and CDS correlation



このシミュレーションの結果に基づいてみると、相関と呼ばれるパラメーターが小さい値をとる時に仕組み商品の spread はあまり変化しないことが判明した。この結果によりモデルとして使う際にキャリブレーションが不安定であることが分かる。図 3 の縦軸は、2 つの CDS の相関であり、横軸は、それらの CDS の企業資産価値を連続モデル、相関 (rho) はモデルのパラメータであると考えられる。この図から分かるように CDS の間の相関 (rho) が大きくない場合、

CDS_spread_correlation の理論値ほとんど変わらないことが分かる。市場では

CDS_spread_correlation をデータとして用い、相関 (rho) を計る作業は金融実務では重要な計算である。また、相関

(rho) が小さい値をとる時、CDS_spread_correlation の値がほとんど変わらないため、逆関数の計算が難しい。この性質が企業の資産価値の連続モデルである限り、同現象が起こる可能性がある。したがって、信用リスクモデルでは連続モデルではなく、ジャンプ型モデルか状態スイッチングモデルを導入する必要があることが分かる。

上述とおり、実際の複雑金融商品の研究やデータ検証において数学技術の展開を取り込むことによって以下のシミュレーショングループの結果が得られた。

ジャンプ型確率微分方程式の無限次元解析やそのシミュレーション方法

複雑金融商品の性質は時間とともにリスク量の変動するため、必然的に無限次元問題となるが、この設定で解析を行うのは容易ではない。これは、不連続な汎関数や、微分が不可能な例が多く、また単純なモデルから複雑なモデルまで存在するからである。よって、数学界に単に新たなモデルを提案するのではなく、そのモデルを多方面から解釈できる道具を作り、この道具を用いた商品リスク評価や商品価格の計算方法、モデル選択基準の構成を可能とする。

金融市場では信用リスクや企業情報や流動性により、株価や為替レートやボンドレートなどがジャンプすることがある。まず、統計学方法を使いそのジャンプの存在を確かめた。この現象については、ジャンプを含むモデル、例えば Variance Gamma, Normal Inverse Gaussian, Hyperbolic モデルなどを提案している研究者が非常に多い。どのモデルにおいても「営業時間」と呼ばれる概念つまり、数学的な性質として「無限活動過程」と呼ばれるものが存在する。理論上、無限活動過程が 2 つの固定時間間に必ず無限回ジャンプするモデルである。この現象は、ジャンプの数が多いため、シミュレーションや統計的な検定や推定が難しい(論文[R-2])。またこの性質上、効果的な計算方法が不可欠である。偏微分方程式の言語では積分で表現した、非局所作用素に依存するものである。数学的な式で書くと次の形になる。

$$dX_s^i = b_i(X_s, \theta_1) ds + \sigma_{i,j}(X_s, \theta_2) dW_s^j + \bar{\sigma}_{i,j}(X_s, \theta_3) dZ_s^j$$

ここでは W はブラウン運動であり、連続確率変動部分を表している。 Z がジャンプ型確率過程で

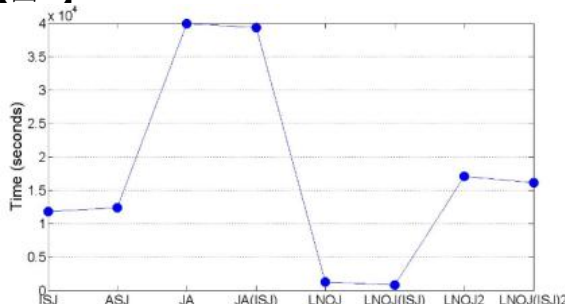
あり、よくある例として Levy 過程であるとも言える。この式はジャンプ型確率微分方程式と呼ばれ、この式のモンテカルロシミュレーション方法の標準的な考えでは、有限ジャンプ数にするために小さいジャンプを除き、大きいジャンプのみをシミュレーションする方法がある。しかし、当然正確なものではなく本来の数値とは違って来る。そのため、この近似をより正確な近似にするために徐々に小さいジャンプについても取り組むが、その場合計算時間が長くなる。さらに、ジャンプの数がランダムであるため、計算時間が平均でしかわからず計算時間の分散が爆発することが判明している。この背景を踏まえ、本研究で提案したシミュレーション方法は、小さいジャンプまでシミュレーションした場合でも計算時間のコントロールしながら行える画期的な方法である。数学的な方法として、応用的な面と理論的な面を展開でき、リスク評価や統計で必要となる数学道具を構築した。

この道具は、一般のジャンプ型モデルのシミュレーションを行うための作用素分解方法を利用することで、新しい近似法を構築し(H. Tanaka and A. Kohatsu-Higa, *Annals of Applied Probability* 2009, Vol. 19, No. 3, 1026-1062, DOI:10.1214/08-AAP568) また、そのシミュレーション実験を行った。

まず Gamma 過程に関してシミュレーションを行い、「どのぐらいの大きさのジャンプ分解すればいいのか」という疑問について実際にシミュレーションで検討した(論文[R-28])。また、上記で記した作用素分解を使う際、時間の刻みを固定しその空間でジャンプが起こったかどうかについてもシミュレーションを行った。これら結果から Tankov 氏との共同研究に発展し(論文[R-3])、ランダム刻み方法についても検討した。この時刻の刻みをランダムにとった時(例えば、ジャンプが起こる時刻)、良い近似方法が得られるかどうか検討し、新しい近似方法を構成し収束の速度について証明と金融商品に関するシミュレーションを行った。本研究では、Levy 過程のモーメントが存在すると仮定しているが、多くの応用では安定過程が使われており、この場合モーメントが発散することがある(論文[R-46])。この事象については、Ortiz 氏との共同研究で検討したが、やはりモーメント問題を乗り越える数学的な解析方法が得られなかったためこの課題に関して継続して研究を行っている。最近、展開している Stochastic Parametrix 方法により、ジャンプ型確率微分方程式に適応の可能性が高いと判明したため、シミュレーション方法の構成について本研究メンバーの Li 氏が研究を行っている。このテーマの結果を述べる。

平成 22 年度の成果:ジャンプ型確率微分方程式のシミュレーション方法について新しい手法を提案し、理論的な側面の結果を得た。ファイナンスで扱うジャンプ型確率過程は主に、無限ジャンプ Lévy 過程であるため Lévy 過程に限定してシミュレーションの方法を構築した(論文[R-2])。平成 21 年度に、確率微分方程式の解の近似を構成するために固定した時間分割を使い、数学的な近似誤差について研究を行った。これに対して当該年度はランダムな時間分割を使った近似方法を考えた(論文[R-3][R-28])。また、この近似方法が具体的に適用できることを証明し、さらに数学的な近似誤差についての評価を得た。しかし、ブラウン運動を含めた Lévy 過程の場合はこの近似方法が適用不可能であるため、作用素解析法を用いブラウン運動を含めた Lévy 過程の場合での数学的な近似誤差の評価を行った(論文[R-46])。また、近似方法として複合ポアソン過程を用いるため、近似誤差の評価だけではなく、近似過程のジャンプの構成について、特に最適なジャンプをもつ近似過程の構成が可能になった。これによって、複雑な Lévy 過程を簡単な複合ポアソン過程で近似することができ、確率微分方程式の解のシミュレーションが容易となった。平成 23 年度からモーメントを持つ Lévy 過程の場合に適用可能な小さいジャンプの近似を上昇させる方法を考えることを計画した。

【図 4】



平成 23 年度の成果:ジャンプを持たないモデルのシミュレーションの場合(Z=0の場合)については高度シミュレーション法が知られている(例えば楠岡スキームなど)。しかし、このシミュレーション法を最大値に適用するためには、密度関数の近似と、ジャンプ型確率微分方程式に関するシミュレーション方法を深く調べていく必要があった。金融商品でよく扱われるジャンプ型過程として、上述の高次元ジャンプ型

確率微分方程式があるが、この確率過程は有限時間内で無限回のジャンプをが起るため、シミュレーションを行う事が難しい。しかし本研究では、平成 22 年度までに、この場合における 2 つのシミュレーション方法を提案し、その数学的な性質も調べ、実際のシミュレーションに従って比較や、標準的な例でシミュレーションも行った。【図 4】は、一定の精度の下で、計算速度を従来から知られている方法 (ISJ から JA(ISJ)) と本研究で提案した方法 (LNOJ) とで比較したものである。

平成 24 年度の成果:ジャンプ型確率微分方程式の新シミュレーション方法の解のシミュレーションに関して次元圧縮方法により、様々な成果が得られた。この成果については EPFL (スイス連邦工科大学) で特別講義を行い (論文[R-45])、他の国内外の研究者からの興味を引きその方法の評価をしたいという依頼が多く寄せられた。

MLMC (Multi level Monte Carlo) という新しいシミュレーション方法についてもジャンプ型確率微分方程式のシミュレーションのための応用が可能であるため、本研究で構築した方法と比較した。しかし、次元圧縮方法を使う際に無限次元との関係が明確でないため、H25 年度より無限次元の表現から射影作用素として理解できるかどうか検討する計画をたてた。このために Bally 氏を立命館大学に招聘し、数学的な観点から共同研究を開始した。この共同研究は、作用素の具体化により圧縮する次元の最適選択の可能性が高まると前提し、Stochastic parametrix の展開を含めて行っている。

複雑金融商品のジャンプ型モデルに関してリスク評価の研究が終盤となり、最終的な結論をまとめた。新たな展開として数学的の観点から使った議論の拡張に関する研究も行った (論文[R-60])。

平成 25~26 年度の成果:ジャンプ型確率微分方程式のシミュレーション方法を構築したが、高次元シミュレーションに関してあまりいい成果がでなかったため、新しい展開を含め、P. Tankov 氏と S. Ortiz 氏との共同研究において、0 の近傍のジャンプの近似を改善する方法について、0 の近傍のジャンプのためのモーメント近似方法を利用することによって近似精度が上がった。この結果によって平成 22 年度から提案していた次元圧縮方法を完成したと言える (論文[R-46])。また、平成 24 年度から考えていた別の無限次元解析方法の構築により新しい次元圧縮方法について V. Bally 氏との共同研究の成果として Stochastic Parametrix の展開ができ、連続確率微分方程式の設定で新シミュレーション方法が構築できた。この結果により確率微分方程式の係数が Holder 連続である場合でも Multilevel Montecarlo のような方法が提案できた。また、例として簡単なジャンプ過程の場合でも展開を行い一般ジャンプ型確率微分方程式に適応可能とするため、Subordinated Brownian 運動の場合で stochastic parametrix の展開を行い (論文[R-64])、シミュレーション方法を実装可能な設定にし実験を行った。

確率微分方程式の最大値や停止時間の無限次元解析とそのリスク評価

本プロジェクトの開始当初から、金融危機に一般的に使われていたモデルに関して強く疑問があったため、以下の3つの問題についてを重点的に研究を行った。

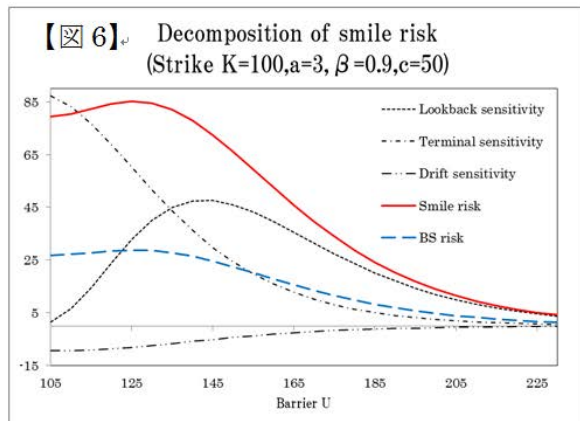
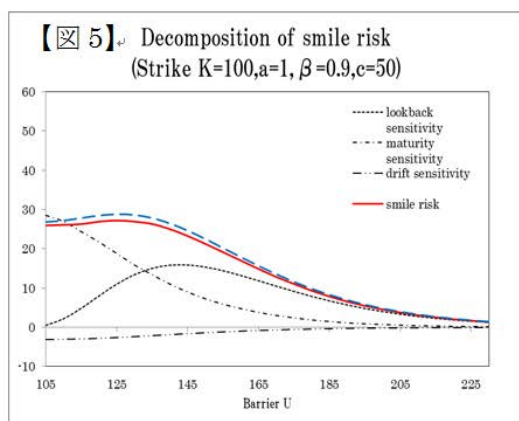
1. 確率微分方程式の最大に関して、理論からの解析の必要性
2. 情報の影響により市場が急にジャンプする現象のシミュレーションについて
3. 確率微分方程式の係数が急に (不連続に) 値を変える現象は、確率微分方程式の解の最大値に影響し、金融商品にも影響し市場の volatility が急変する現象について

1.2. に関して信用リスク商品では、倒産時間というランダムな変数が含まれており (確率過程論では停止時間と呼ばれる)、そのシミュレーションについても行う必要があった。これについては、モンテカルロ法では良い方法がほとんど考案されていないので、本研究で作用素分解法を利用した新しい近似方法を検討した。停止時間の中で最大値に依存するランダム時間がよく現れるためまず、連続過程の最大値に関する新しい近似方法を構成し、その数学的な性質の証明を行った。また、Greeks の計算方法に関しても検討し (論文[R-2][R-30])、無限次元解析の展開とその応用や、信用リスク商品のリスクプロファイルについて研究を行った。手法として無限次元解析使用し、信用

リスクの感応度を表す指標の一つである「Vega」の計算を行った(論文[R-18][R-31][R-64][R-65])。

平成 22～23 年度の成果:デフォルトの重要な要素として、デフォルト時間(価格指数 X_i がある値 K_i を下回った時間)について研究を行うため、Malliavin 解析理論(無限次元空間上での微積分論)を用いて、 X_i の最大値、最小値の密度関数の存在と滑らかさについての研究を行った。現在のところ、既に知られている Malliavin 解析理論を用いて、どこまで解析を進めることができるのかについて検討した結果、Malliavin 解析では、解析道具として十分とは言えず、別の方法を考える必要があるという結論になったため、「弱 Malliavin 解析」という方法を提案した。これは、ランダムに変動している価格指数 X_i の最大値、最小値に対しても、Taylor 定理のような近似方法が得られるのではないかと仮定し、まず $Z=0$ の場合(ジャンプの項を持たない場合)について、密度関数の性質の研究を行った。同時に CDO より簡単な金融派生商品に対して、この研究で用いた手法を適用しできるだけ広い範囲におけるリスク評価を行った。特にリスク管理のための Vega 指数と呼ばれる量に関して研究を行った。その結果、当初考えていたとおり、モデルによってリスクの評価に大きな違いがでることが分かった。例えば、European タイプの商品に対して具体的な例でシミュレーションすると、商品価格が大きく変化する。これは、現在までに一般的に用いられていた最大値の解析の手法は技巧的な部分が存在することが要因であるためであり、この研究で用いた手法によって「制限」が必要であることが判明したことという事である。そのため、無限次元解析のための新しい解析の手法を準備し、主に有限次元の近似確率過程から構成し、極限を取ることでよりフレキシブルな理論を構築した(論文[R-17][R-29][R-31])。

平成 24 年度の成果:最大値に依存する複雑金融派生商品のリスクに関して数学的な側面とシミュレーション的な側面での評価について論文を作成した。この論文では最大値に依存する複雑金融派生商品ではモデルやパラメータリスクが非常に大きくなる可能性があるため、数学的な結果である mimicking と呼ばれる理論を用いたことについてまとめた。最大値に依存する確率微分方程式の解析が必要であることが判明し、この場合の確率微分方程式に関して無限次元解析の研究を行った。その結果、確率微分方程式の係数が可換である時、解析可能となることが判明したが、全ての複雑な金融モデルに適用可能であることが明言できない。ジャンプがない場合は、一次元では複雑金融商品の解析が可能となるが、volatility に対してのリスクを計る新たな数学展開が必要となる。そのため、具体的な複雑な金融商品の計算を行い、金融や経済的な意味について議論を行った。一方、多次元の場合は、係数が可換である場合で無限次元解析の展開ができた。また、可換でない場合の設定においては、新しい道具の必要性がでてきたため、以下の【展開 A】を考えた(論文[R-64][R-65])。



【図 5】から分かるように通用のモデル(BS モデル)を使い最大値に依存する商品を考えてリスクの分析ができる。しかし、モデルの変動の可能性を考えると(例えば、SABR のような摂動)無限次元解析を使用したリスク量の計算については、以下の理由から本研究において提案した手法が適していると言える。【図 6】(Smile risk)の変化がはっきりとわかる。特にこの場合、リスクが非常に増大する。このリスクは、市場ではある程度理解されているが、本研究では理論的な展開により正確

な数学を構築し、リスク量が具体的に計算できるようになった。

平成 25～26 年度の成果: 最初に無限次元解析を利用してできる範囲で解析を行い、(論文 [R-30]) 次元圧縮方法を使ってシミュレーションを行った結果いくつかの結果が得られた。また状態スイッチングモデルについても密度関数の性質についても研究を行った。しかし、どの結果も経済的な意味を持ちながら数学的に非常に強い以下の制限が存在した。1. 係数が滑らかで可換、2. 一次元確率微分方程式、3. ジャンプでありながら最大値の近似についての議論が存在しない、4. Volatility を定数とする(論文 [R-30] [R-36])。そのため、この制限に関する以下の現象についての文献を確認した。最大値に関して: $[0, T]$ でのブラウン運動の最大値と、時刻 T でのブラウン運動の絶対値の分布が同じである、つまりブラウン運動の反射原理により全体の軌道に依存している汎関数がある時刻は、ブラウン運動に依存することが言える。この原理は、拡散過程にも適応可能で拡散過程の最大値の代わりに状態スイッチングモデルに置き換えられる事が最近判明した。(参考 2: Jiro Akahori and Yuri Imamura, On a symmetrization of diffusion processes, Quantitative Finance, 14, 2014, PP1211-1216) この結果により、確率過程の最大値の代わりに滑らかでない係数の拡散過程のシミュレーション方法を構築して同値であることが判明したため、状態スイッチングモデルの研究についての根拠が強くなった。また、先行の無限次元解析方法(Malliavin 解析)を使い、ドリフトが滑らかでない確率微分方程式の Holder 性質について研究を行い、シミュレーションも行った(論文 [R-29] [R-34])。この結果によって、現在、存在している結果とシミュレーションの性質とに非常に差がある事が確認できた。しかし、これは数学的な方法として適切ではないと捉え、最大値に関しての研究を継続し、特に確率微分方程式の係数が最大値に依存する場合における密度関数の性質について研究を行った。また、最大値の密度関数の上からの評価が得られた(論文 [R-47] [R-48] [R-59])。

3. について、特に状態スイッチングモデル: ドリフト係数が滑らかでない場合の解の密度関数の存在と Holder 連続性に関して調べ、このようなモデルのシミュレーションを行い、いくつかの推測ができた。例えば、弱近似として行う際にドリフト係数が滑らかでない場合であっても Euler-丸山近似を用いた場合、精度は落ちないが、理論的な証明が存在しない。この問題について詳しく調べるために本研究で証明した性質が役に立つと思われる。また、強近似では精度が低下する可能性があることが最近の Gyongy-Rasonyi で理論的な結果から分かった。この結果の理解を深めるために局所時間の近似についても研究を行った。この設定では係数は滑らかであるが汎関数が非常に滑らかでないため、新しい数学技術が必要であったが、Malliavin 解析による方法が適用可能と判明した(論文 [R-8] [R-47])。この技術によって拡張が可能となり、Gyongy-Rasonyi の結果より一般化することに成功にし、Multi level Monte Carlo の方法を利用した場合における理論的な誤差について以前に知られていた結果よりいい結果が得られた。また、(論文 [R-61]) では無限次元解析と Fourier 解析を利用し、ドリフトが非常に滑らかでない場合でも密度関数の性質が取り出せる方法が判明し、シミュレーション方法を構築した。

確率微分方程式の最大値の新解析方法: Stochastic Parametrix 方法の展開

平成 24 年度から伝統的な解析方法を利用し、研究を続けながら他の方法も検討することにした。その中で、偏微分方程式の伝統的な方法(Parametrix と呼ばれる方法)を確率的に変え、最大値に関して Malliavin 解析方法では解析できなかった点について検討することにした。平成 25～26 年度は、この方向性で非常に大きな成果が得られる可能性がでてきた。特に野村証券のグループ所属の CREST 研究メンバーとの研究結果がいくつかの研究会で(CREST-沖縄研究会を含め)大きな価値があると高い評価が得られたため、この方法の展開を行った。具体的には、さまざまな方向でシミュレーション実験や実際の複雑な金融モデルのリスク計算などに適用することを目的とした。

Parametrix 方法は、E. Levi 氏により約百年前に放物型偏微分方程式の解の存在と一意性を証明するために作られたものである。この方法は、Taylor 展開と酷似しているが、 n 階微分の代わりに n 重積分となり数値解析として非常に計算しにくい。本研究では、その場合におけるモンテカ

ルロの適用を仮定し、新シミュレーション方法を提案しこの方法について詳しく性質を調べ、以下の性質が判明した。

1. この方法は無限次元方法であり、次元圧縮しなくて実装できる方法である。このようなシミュレーション方法は **Exact Simulation** と呼ばれ、現在まで一次元で滑らかな係数の場合でしか存在しなかったが、本研究で提案している方法では多次元で **Holder** 連続係数でも適用できる方法であるため、先行の方法と比較すると非常に期待できる新シミュレーション方法であると判明した(論文[R-60])。
2. 次元圧縮の関係、特に次元圧縮方法である **MLMC**(Multi-level Monte Carlo)との関係性が非常に強い事が判明した。**Bias**(誤差)が必ず存在し、その中で限られた計算環境の中でできるだけ分散を抑える考え方であるため、**MLMC** の無限次元拡張について今までは不可能と考えられてきた。しかし、**Parametrix** 方法を適用すると、その **Bias** について深い理解ができ、重点サンプリング(**Importance Sampling**)を利用することで **Bias** がなく分散が有限である方法を完成させた(論文[R-63])。
3. この方法は拡散過程だけではなく、ジャンプ型確率微分方程式のようなさまざまな確率過程に応用可能である。この事から新シミュレーション方法の構築が可能になり、前の次元圧縮方法と比較する必要性があったため、**Parametrix** の確率的表現論文を完成させ、シミュレーションを行った。また、ジャンプ型確率微分方程式に関して研究し始め、特に **Li, Kohatsu** の共同研究(論文[R-64])ではジャンプ型確率微分方程式の密度に関してや **Wiener-Hopf** 分解に関して研究を行い、またそのシミュレーション方法に関しても研究を行った。

漸近統計のための無限次元解析

平成 23 年度に、データ解析のために無限次元解析の新理論が必要であることが判明し研究を進めた。研究結果から構築できた道具の「一般性」から、リスク評価のためにも役にたつと考えらる。

特にジャンプ型確率微分方程式の場合における密度関数の解析が可能な方法や、パラメータ推定を行う際の密度関数の上と下からの評価と同じタイプでなければ統計的な性質の証明ができないため、非常に詳しい評価が必要である(論文[R-6])。このために、新たな **Malliavin** 解析の展開方法が必要となるため、この道具の適用をする可能性が高い。このテーマに関して、**E. Nualart** 氏と **N. Tran** 氏との共同研究として行った。また、竹内氏(大阪市大)とジャンプ型確率微分方程式に対して応用のために簡単な表現が可能であるかについて共同研究をおこなっている。準備として現在存在している技術について **Eview Paper** を作成した。また、**Libo-Kohatsu** での共同研究(論文[R-64])の結果により **Stochastic Parametrix** 方法がよりこの問題に役に立つ可能性が高いことも判明した。

BSDE (後退確率微分方程式)

このタイプの確率微分方程式では、初期値を設定するのではなく最終値問題として確率微分方程式を扱う。この問題は様々な分野に応用があり、特に商品の価格付けの方法に応用されている。複雑な金融商品においては、最終値における価格の分布から商品の性質を調べた。理論上、**BSDE** も通常の確率微分方程式と同様に無限次元問題であるが、**BSDE** は最終値問題であるため、通常の確率微分方程式のシミュレーション方法よりも、複雑なシミュレーション方法しか存在しないため、簡単なシミュレーション方法を提案する必要がある。近年、いくつかのシミュレーション方法が提案されているが高速な方法とは言えない。

そのため、本研究では **Splitting** を用いた新しいシミュレーション方法を提案することを目的として研究を行った。特に **Driver** が二次公式である場合において金融商品の応用として考えられるため、その設定でシミュレーションを行った。また、本研究において構築した数値解析の理論が、二次公式の範囲に入らないため、この場合においても研究を行った

BSDE の数値解析: 複雑金融融派生商品のヘッジや価格の解析のためには **BSDE**(後退確率

微分方程式)が非常に一般的となっている。またリスク評価のために将来的に用いる可能性があるが、シミュレーションの観点からいくつかの問題がある。特にこの方程式の解が時間と共に変化するモデルであり、各時間では条件付き平均を計算すべきであるため、シミュレーションの観点からは非常に難しい問題である。そのため、現状では条件付き平均を計算するために回帰分析のような方法を使っている論文が多いが、その数値解析が非常に複雑になっている。本研究では次元を圧縮するために基準を定め、各時間にその基準での展開係数を計算する方法を考え、その数値計算法を完成させ論文にまとめた。また、数値解析のために新しい方法を構築した。この方法の拡張性を証明するために無限次元確率微分方程式の設定においても展開している。これは、編確率微分方程式の分野でも大きな影響を及ぼした解析方法として提案できた。残った課題として、いくつかの途中結果がでていますが、最終的高い評価が得られる成果があまりなかった。しかし、もう少しこのテーマに関して、主に適用されるシミュレーション方法よりプログラムしやすい方法や誤差が小さい方法を目指し現在も研究を続けている。

●本研究期間中の主な研究会

第1回研究会:CREST and Sakigake International Symposium Asymptotic Statistics, Risk and Computation in Finance and Insurance 2010。

この研究会ではさががけの中野先生と協力し、共同開催という活動を行った。この研究会では実務分野の方の参加や発表を中心とした研究会であり、できる範囲具体的な応用問題に対して情報・意見交換をする事を目的として開催をした。

第2回研究会:CREST and 4th Ritsumeikan-Florence Workshop in Beppu, Oita

この研究会では立命館大学の拠点活動の資金も利用し、数理ファイナンスの研究者が多く参加した。目的として、できるだけわかりやすく、より多くの方に参加・発表をしていただくことのため、他の分野の方や大学院生も参加しやすい研究会であった。

第3回研究会:Stochastic processes and their statistics in Finance in Okinawa

この研究会ではスイスのETHZの協力もあり、共同開催であった研究会であった。目的は数理ファイナンスが理論の観点から見た応用的な問題について議論を行う事である。この研究会ではこの本プロジェクトの一部の成果発表も行い、他の研究者に非常に興味を持ってもらった。

第4回研究会:The 5th Workshop on Mathematical Finance and Related Issues

この研究会は、研究者向けワークショップであった。実務で起こった問題を数学的に取り組むというテーマの研究発表が多かった。

●招聘・集中講義・

国内外の関連のある研究者を招聘し、本プロジェクトの成果について、また若手研究者との議論も重ねてプロジェクトの研究加速のため共同研究を進め、可能な限り他方面からの協力を得て研究をすすめる体制をとった。また、技術移動のためのいくつかの集中講義を行い、プロジェクトの技術を実務界でも受け入れるように精力的に活動を行った。このために前期博士課程の学生に簡単な技術紹介を行い、国内外研究者との議論に参加させた。

●米国留学(平成23年度)

野村証券の研究者と共に、特に最大値に対する複製リスクの分布についてなどの金融の応用的な研究を進めてきた。その背景からアメリカの市場状況や信用リスクに対してのデータや環境について調査を行うためにJST戦略的研究推進事業 国際強化支援策の予算を新たに申請、受理され土屋氏をNYに派遣し、5ヶ月間P. Carr氏(New York, Courant Institute)とNY市場の環境について詳しく調べ、CRESTの研究の方向に大きな影響を及ぼした共同研究を行った(現在進行中)。

4.2 「確率微分方程式の統計的モデリングと複雑金融商品の解析への応用」

(大阪大学 データ解析グループ)

(1)研究実施内容及び成果

複雑な金融商品の開発に有用となる“離散観測に基づく確率微分方程式の統計的モデリング”、特に、未知パラメータの統計的推定や統計的検定、統計的モデル評価・選択問題、数理ファイナンスや保険数理への応用について研究を行った。

確率微分方程式モデルの統計解析を行う際の難点の一つに、離散観測における尤度関数が明示的に導出できない点が挙げられる。強力な統計理論として尤度解析があり、これに基づき、最尤推定量やベイズ推定量などの推定量や、尤度比検定統計量、スコア検定統計量、ラオ検定統計量などの検定量、モデル選択・予測のための情報量規準の理論などが展開される。本研究では、尤度関数が明示的に導出できない場合に、尤度関数に代わる「擬似尤度関数」を用いた擬似尤度解析を整備し、擬似尤度関数に基づいた確率過程の統計的モデリングについて研究を行った。また、実証研究のためにニューヨーク証券取引所の TAQ データベースを整備・構築し、解析で必要となる統計ソフト R のシミュレーションプログラムの開発を進め、データの分析に取り組んだ。非線形時系列モデルである確率微分方程式の擬似尤度関数は大変複雑な形をしていることから、推定量や検定統計量、情報量規準を計算(導出)することは容易ではない。特にパラメータ空間が高次元の場合の擬似尤度関数の最適化や積分の計算は難題であり、対象となる統計量を効率よく計算するための統計理論は、統計的モデリングを行う際に必要不可欠なものとなっている。これらの問題を解決するための研究に着手した。

数理ファイナンスへの応用研究としては、市場参加者のリスクに対する態度や予想などを反映する一つの指標であるインプライド・ボラティリティに着目した。これは市場の急変を的確に捉える指標でもあり、特に企業の倒産確率なども織り込まれている。この指標を変化させる要因として、市場収益率と市場センチメントが関わっていることを明らかにした。また、インプライドボラティリティは対象資産の将来の価格分布に対する市場の予想を反映したものであり、金融機関がリスク管理のための市場取引をどのタイミングで行うべきかの意思決定について、数学的な結果を与えた。さらに、オプション市場での取引で実現される新しいリスク管理の方法を提案するとともに、オプション市場価格に含まれる将来の情報を抽出する新しい方法を開発した。2社の企業の株価の一日内の動きの共分散を計測する手法に関する研究で、2社の株価の観測時刻が一致しないような観測の下で、先行研究で提案した共分散推定量が最適であることを証明した。株価時系列の構造を特定する際に用いられるベイズ型推定量に関して、既に挙動が明らかにされていた二次損失関数型の推定量だけでなく、より一般のベイズ型推定量が株価構造を特定する上で良い推定量となっていることを示した。

保険数理への応用として、保険会社の資産の動きをレヴィ過程と言われるジャンプ型の確率過程によってモデリングする研究を行った。保険クレームが複合ポアソンの、かつ微小なブラウン摂動がある場合に、保険サープラスのリスク関数として近年注目されている Gerber-Shiu 関数のデータに基づくノンパラメトリック推定について、ある種の一致推定量を得た。また、保険ポートフォリオの破産時刻を、サープラスのある定数境界への初期到達時刻と広義に解釈することにより、ファイナンスにおけるある種のデフォルト(倒産)の概念を含むように拡張した。さらに、保険リスクモデルに対して、様々な破産リスクを統一的に表現するためのパス依存型破産リスクを新たに定義し、それらが更新方程式を満たすことや、レヴィ過程に対するポテンシャル測度との関連性などを証明した。同じ資産モデルを用いて、保険会社が破産(倒産)する確率評価式を導出し、その評価式をスワップ・オプションなどの価格計算に利用する方法論を提案した。レヴィ過程を使って定義される確率過程モデル(確率微分方程式)に対して、そこに含まれるさまざまな未知母数を観測データから推定するための方法論を提案し、その推定手法の良さを数学的に証明した。詳細は、以下の通りである。

統計的モデリング

論文[R-9]では、拡散過程モデルが真のモデルを含むとは限らない場合(ミススペシフィケーションモデル)について、高頻度データを用いてドリフト・ボラティリティの同時最尤型推定量を構成し、その漸近的性質について考察した。ミススペシフィケーションモデルのパラメータ推定は金融商品のモデリングを行う上で必要不可欠である。エルゴード的拡散過程のドリフトパラメータとボラティリ

ティパラメータの最尤型推定量が漸近正規性を有することを証明した。特に、ボラティリティのミススペシフィケーションモデルについては、推定量の収束率が従来のパラメトリックモデルのものとは異なるという知見を得た。その結果を下に、ミススペシフィケーションモデルを判別する検定統計量を構成し、その漸近分布を導出した。論文[R-20]では、エルゴード的拡散過程から得られる高頻度データを用いて、3種類のドリフトパラメータとボラティリティパラメータの適合的最尤型推定量を提案し、それらの漸近正規性やモーメント収束などの漸近的性質を証明した。具体的には、エルゴード的拡散過程のドリフト推定量とボラティリティ推定量の収束率の違いに着目して、初期推定量として得たシンプルなボラティリティ推定量を用いてドリフト推定量を導出し、そのドリフト推定量を用いて、新たなボラティリティ推定量を導出する。これを必要回数繰り返すことによって得られる適応的推定量の漸近正規性およびモーメントの収束を示した。さらに、シミュレーションにより、従来の同時推定量よりも良いパフォーマンスを有することが確認された。これにより、確率微分方程式に出現する未知パラメータに対して、計算効率が良く、かつ高精度な推定が可能となった。金融資産価格のモデリングに際し、確率微分方程式に従う確率過程の離散観測モデルは一般的で、その統計推測は実用上の最重要課題である。その際、エルゴード性といわれる性質が本質的になることが多いが、実際に用いられるモデルはエルゴード性を持たないこともある。論文[R-22]では確率微分方程式に従う確率過程の中でも最も基本的なものの一つである Ornstein-Uhlenbeck 過程に対して、離散観測尤度の局所漸近混合正規性(LAMN)を証明し、離散観測に基づくドリフト・ボラティリティパラメータの同時推定とその漸近分布、及び漸近有効性を明らかにした。非エルゴード的 Ornstein-Uhlenbeck 過程は、ファイナンスで重要となる拡散過程モデルの特殊ケースである。金利等の効果を考えた経済モデルはこのようなプロセスに従うことがあり、データ解析における一つのツールとして重要である。論文[R-24]は論文[R-22]の一般化であり、ドリフト係数が非線形で、拡散係数も状態に依存するような一般の拡散過程に関する離散観測推定を、エルゴード性に頼ることなく行ったものである。実用で用いられる拡散過程モデルはしばしば非エルゴード的であり、このような一般論を論ずる必要がある。特に、複雑な金融商品のモデル化には、エルゴード性などの良い統計的性質を満たさないプロセスが現れることもあり、それらのパラメータ推定はモデル選択等、統計的手続きを行う際に不可欠である。本研究では、非エルゴード的な拡散過程をいくつかのクラスに分類し、ドリフトとボラティリティパラメータの同時推定に対して、それらの明示的な推定量を提案し、現実的な条件の下での収束率を調べた。いくつかの場合には、ある種の漸近有効性が達成されることも示した。論文[R-26]では、ドリフトとジャンプで変動するジャンプ型マルコフ過程に対するノンパラメトリック推定に取り組んだ。連続時間確率過程の統計的推測問題を考える場合、局所時間は大変有用なツールである。しかしながら、このような確率過程の場合の局所時間の性質が解明されていなかったため、まずはじめに局所時間の確率積分表現を導出した。この結果からマルチンゲール理論が適用可能となり、局所時間を用いて構成される定常密度関数および強度関数のノンパラメトリックな推定量が一様一致性を有することを証明した。論文[R-37]では、観測区間が有限である確率回帰モデルにおける高頻度データに基づくボラティリティパラメータの推定について研究を行った。ボラティリティパラメータの最尤型推定量やベイズ型推定量を構成し、その漸近混合正規性やモーメント収束を証明した。その際、統計的確率場のある種の非退化性や多項式型大偏差不等式を示し、統計的確率場の裾確率の評価が重要な道具となった。これにより、最尤型推定量やベイズ型推定量の裾確率評価が可能となり、有限観測区間における高頻度データに基づく非エルゴード的拡散型過程のモデル選択のための情報量規準を構成し、その正当化を行った。本研究論文は現在、投稿中である(論文[R-70])。論文[R-51]では、離散観測におけるエルゴード的拡散過程の検定問題に取り組み、高頻度データだけでなく、中頻度データも取り扱えるような検定量計量について研究を行った。具体的には、論文[R-20]で得られた適応型推定量を用いて、尤度比型検定統計量、Rao 型検定統計量、Wald 型検定統計量を構成し、それらの検定の一致性を証明した。また、検定統計量が帰無仮説や局所対立仮説の下で、それぞれカイ二乗分布や非心カイ二乗分布に分布収束することを証明した。また、数値シミュレーションにより、導出した統計量の漸近パフォーマンスを検証した。論文[R-49]では、論文[R-20]の最尤型推定量の結果をベイズ型推定量に応用した。具体的には、離散観測(高頻度だけでなく中頻度も含む)に基づくエルゴード的拡散過程の適応型ベイズ推定量を提案して、それが漸近正規性およびモーメントの収

束性を有することを示した。適応的推定法の初期推定量として、擬似尤度関数の最適化を必要としない初期ベイズ推定量(積分型推定量)の導出に成功した意味は大きく、最尤型推定量だけでなく、漸近有効推定量を計算する際に、適応的推定法の初期推定量として有効であると期待している。論文[R-43]、[R-58]では、金融高頻度観測データに対する統計分析上で必然的に生じる、複数資産の観測時刻が一致しない“非同期観測”の問題を取り扱っている。この非同期観測の統計モデルに対して、複数資産の共変動のノンパラメトリック型推定量を構築し、一致性、漸近(混合)正規性などの結果を示した先行研究は多く存在するが、論文[R-58]では、非同期観測された拡散過程のパラメータ付モデルに対する最尤型・ベイズ型推定量を構築し、その一致性、漸近混合正規性や高次モーメントの収束などの漸近的性質を証明した。最尤型・ベイズ型推定量は様々なモデルにおいて推定誤差の漸近分散が最小になることが既に示されているが、この非同期観測拡散過程のモデルにおいて論文[R-58]ではシミュレーションによって既存のノンパラメトリック型推定量に比べ、最尤型推定量が推定誤差を小さく抑えることができていることを確認した。また、論文[R-43]では統計モデルの重要な性質である局所漸近混合正規性がこの非同期観測拡散過程モデルに対しても成り立つことを示した。この結果からこの統計モデルにおける任意の推定量の漸近分散の下界を与える不等式(minimax 不等式)が導かれるが、さらに、論文[R-58]で提案した最尤型・ベイズ型推定量がこの不等式の等号を満たし、この統計モデルにおける漸近分散を最小にする推定量であることを証明した。論文[R-40]では一般のレヴィ過程によって駆動される確率微分方程式において、離散観測に基づくドリフトパラメータの推定を行っている。推定量は最小二乗型で、サンプル数の増加に加えて、ジャンプ項が漸近的に消滅するという漸近理論を用いて推定量の正当化を行った。また、ノイズとなるレヴィ過程は、一般のセミマルチンゲールにまで一般化可能であることも示した。

論文[R-50]で、離散観測に基づく拡散過程パラメトリックモデルのモデル選択のための情報量規準について研究を行った。具体的には、高頻度データにエルゴード的拡散過程の情報量規準 Uchida(2010, A.I.S.M.)を中頻度データでも取り扱えるように一般化を行うために、伊藤=テイラー展開を用いた高精度な擬似尤度関数と論文[R-20]の適応型推定量を用いて、漸近不偏性を有する赤池型モデル選択規準を構成し、その数学的正当化を行った。また、この理論的成果を金融時系列データ解析へ応用するため、ニューヨーク証券取引所の TAQ データベースを整備・構築し、解析で必要となる統計ソフト R のシミュレーションプログラムの開発を進めた。現在、試験的なデータの分析に取り組んでいる。論文[R-42]は論文[R-26]において考えたジャンプ型マルコフ過程のドリフトの構造やジャンプサイズをより一般的な形に拡張した確率過程に対する種々のノンパラメトリック推定問題に取り組んだ。この場合においても、局所時間の性質がよく知られていなかったため、はじめに局所時間の確率積分表現を導出した。この結果が得られたことで、マルチンゲール中心極限定理が適用可能となり、定常密度、強度関数さらにはジャンプサイズの条件付分布関数に対して提案したノンパラメトリックな推定量が一様一致性を有することを示すことができた。論文[R-44]では、二次損失関数に対するベイズ型推定量の漸近挙動を導く Yoshida (2011)の多項式型大偏差不等式の理論を、一般の損失関数に対するベイズ型推定量に拡張した。多項式型大偏差不等式の理論は、コントラスト関数が一定の性質を満たすときにコントラスト推定量の漸近(混合)正規性やモーメント収束の結果を与え、コントラスト関数から計算されるベイズ型推定量に対しても同様の結果を与える。この理論は特に確率過程モデルにおけるベイズ型推定量の漸近挙動に対して多くの応用を持つが、論文[R-44]では、応用としてエルゴード性をもつ拡散過程及びエルゴード性をもつジャンプ型拡散過程の離散観測に基づく一般の損失関数に対するベイズ型推定量の一致性、漸近正規性、及びモーメント収束の結果を導いた。また、ベイズ型推定量の漸近分散は損失関数に依らないことも示され、一般の損失関数に対するベイズ型推定量が最適な漸近分散を持つことが分かった。論文[R-57]では、マルコフ連鎖モンテカルロ法の裾の重い分布での有効性を検証した。既存研究では裾の軽い分布を扱っていたが、この仮定は非現実的である。裾の重い分布では、裾の軽い分布の時と全く異なる現象が起き、有効な手法の構築は課題であった。このため Kamatani AISM (2013)に従い、マルコフ連鎖モンテカルロ法に有効性を定義し、有用な手法を解析した。最も一般的なマルコフ連鎖モンテカルロ法であるランダムウォーク型メトロポリス(RWM)法を解析し、その中でもガウス型の RWM 法は漸近的に最も有効であることを示した。この

事実は直感に反するがシミュレーション結果とも合致した。RWM 法を離れて、より良い手法の構築を研究中である。論文[R-68]では、cumulative probit model に有効なマルコフ連鎖モンテカルロ法を提案した。従来、cumulative probit model には Data Augmentation 法と呼ばれるマルコフ連鎖モンテカルロ法が一般的であったが、そのパフォーマンスの悪さもよく知られており、改善手法であるPX-DA法が提案されていた。一方Kamatani AISM (2013)の基準に照らし合わせるとPX-DA法でさえも、ある種の射影を施すことにより退化性を持つことが知られており、本研究では退化性を持たない有用な手法を提案した。モデルをわざと崩して退化性を防ぐ方法で、シミュレーションによって従来の手法よりも良いパフォーマンスを示すことを確認した。論文[R-69]では、高頻度データにおけるエルゴード的拡散過程のドリフトとボラティリティパラメータの推定量を効率よく計算するためのマルチ・ステップ推定法を開発した。一般のバランス条件の下で、擬似尤度関数は複雑であり、パラメータ空間が高次元の場合、最適化に失敗する状況がある。それに対して、積分型推定量である適応的ベイズ推定量は、モンテカルロ法(MCMC法)などにより、計算時間はかかるものの、高精度に導出できる。このことに着目して、適応的最尤型推定量と適応的ベイズ推定法を one-step 推定法(ニュートン・ラフソン法)に応用して、初期推定量の収束率に応じて、ニュートン・ラフソン法のステップ回数が決まることを証明した。温めたベイズ型推定量を初期推定量とした、ハイブリッド・マルチ・ステップ推定量は、最尤型推定量を初期推定量としたマルチ・ステップ推定量や適応的最尤型推定量に比べて、計算効率がよいことを数値実験で確認した。

数理ファイナンスへの応用

論文[R-10]では、実現分散の推定量にバイアスを生じさせているマイクロストラクチャーノイズの自己共分散構造を特定化し、推定する方法を提案するとともに、その自己共分散の推定量をバイアス補正に利用している。さらに数値実験により、他の先行研究で提案されている方法と同等以上の精度を与えることを示している。高頻度データを利用したボラティリティの推定では、離散観測、市場のルールによる価格の離散化などの市場のマイクロ構造に起因するマイクロストラクチャーノイズの影響を考慮する必要がある。その影響を考慮しないボラティリティ推定量はバイアスを持つことが知られている。またノイズの影響を考慮した推定量の多くは、そのノイズの時系列特性を所与とするものであり、効率性の面で理論的には優れていても、実用に際してはその理論的優位性は必ずしも保たれない。提案した推定量はそのようなノイズの時系列特性をデータから推定する方法であり、数値実験においてもその頑健性が示されている。論文[R-12]では、株式指数に加えてオプションの価格から計算したボラティリティ指数の日中高頻度データを用いて、株価の連続時間確率ボラティリティ・モデルの母数(特にレバレッジ)推定を行う方法を提案し、従来の手法と比べ精度が向上していることをシミュレーションにより確認した。また S&P500 と VIX データによる Heston モデル推定への適用結果を示した。論文[R-5]では、市場において観測される派生商品価格データから算出されるリスク中立測度のもとでの累積分散の期待値と、現実測度のもとでの期待値との差であるバリエーション・リスクプレミアムが将来の経済状態をどの程度予測することができるかを日本の景気動向指数を用いて検証し、その予測力を確認した。論文[R-11]では、オプション市場価格データが持つ、将来のボラティリティについての情報を指数として、モデルに依存しない形で計算する新しい方法を与えた。この指数はオプション市場における均衡価格から、市場参加者が予想する将来の原資産価格のボラティリティを抽出するものである。モデルに依存しない方法であることから、市場リスクの計量のために有用である。既存の方法に含まれる数値積分誤差や補間・補外による近似誤差がこの新しい方法で改善されることを示した。この新しいインプライドボラティリティ指数が、実現ボラティリティに対する予測力を改善することを、日経平均高頻度データ(NEEDS)を用いた実証分析によって示した。論文[R-25]では、論文[R-11]の方法の背後にある、インプライドボラティリティとヨーロッパ型オプション価格の関係(Gatheral の公式)をより一般化した形で証明し、特にガンマスワップとバリエーションスワップの価格の間の著しい関係を見出した。Gatheral の公式を示すために先行研究で仮定されていた、ある非線形変換の単調性が、実際には無裁定の条件下で常に満たされることを示した。さらに無裁定の条件下でインプライドボラティリティの傾き、曲率が満たす、モデルに依存しない新しい不等式を与えた。論文[R-15]では、確率積分をリーマン和によって

近似した際の誤差を考察し、時間分割を細かくしていく極限における近似誤差の漸近分布が、時間分割に伴う局所的な被積分過程増分の歪度・尖度によって完全に決定されることを示した。また、歪度と尖度に関する新しい不等式を導き、近似誤差を最小にする時間分割の方法を陽に与えた。この結果は金融デリバティブの最適な離散ヘッジ戦略を与える。論文[R-16]において同じ問題を平均二乗誤差の観点から考察し、その漸近下界を与え、それが論文[R-15]で与えた最適な時間分割の方法によって達成されることを示した。また、実際にこの最適な方法が一般的な方法を優越することを数値実験によって確かめた。論文[R-21]では、株式市場で取引される株式の買い注文、売り注文での約定数の不均衡から、取引参加者間の情報の非対称性の程度を計測する方法に関して考察を行った。日次観測データを利用する場合、時間帯ごとの不均衡が集約されることにより、本来そこで観察されるべき非対称性を見えにくくしていることを、5分ごとの観測区分を推定に用いることで明らかにしている。論文[R-25]では、オプション市場価格、CDS市場価格が定める原資産価格分布の性質を研究した。ある特定のペイオフに対するエキゾチックオプション価格が一意に定まり、それが一般のヨーロッパ型オプション価格の漸近展開係数を決定することを見出した。この事実を応用した市場リスクの効率的な計測法を提案し、日経平均オプション価格データを解析した。論文[R-52]で、金融危機時のインプライドボラティリティの変化に非線形性が存在することが検証された。インプライドボラティリティを変動させる主な要因は、市場収益率とリスク中立測度と関わる市場センチメントであることが明らかになった。論文[R-54]では、非線形なコスト制約の下で、確率積分の離散化に伴う平均二乗誤差漸近下界を導き、下界を達成する離散化スキームを陽に与えた。この結果は特に金融商品に対して、非線形な取引費用の下で、最適なヘッジ取引タイミングを陽に記述するものである。また確率積分を最も効率的にシミュレーションする方法としても応用できる。同じ問題を期待指数効用最大化の枠組みでも考察し、平均二乗誤差を漸的に最小化するスキームが、ある戦略のクラスの中で、期待効用も最大化していることを示した。論文[R-55]において、オプション市場における動的な取引によって、モデルに依存しない形でヘッジできる金融商品のクラスを考察した。ボラティリティデリバティブと称されるものを超えて、ボラティリティと原資産の相関に関する先物など、リスクヘッジに有用であると期待できる新しい金融商品が、モデルに依存しない形でヘッジできることを示した。応用として、それら商品の理論価格をオプション市場価格データから算出し、金融市場の先行き不安をモデルに依存しない形で抽出する手法として、データ解析を行った。この新しい方法で、東日本大震災による市場心理の悪化が、これまでの指標が示す期間以上に持続したことが明らかになった。

保険数理への応用

保険・数理ファイナンスにおいて、ジャンプ型の確率過程が最近流行している。実用的には離散観測に基づいた統計的推測理論が必要になるが、その一つの有力な方法論に **Threshold Estimation**(閾値推定法)がある。そこでは、ジャンプを判別するための漸近フィルターを用いるが、ジャンプ判別のための閾値が漸近理論では一意に決定できないため、実データへの応用を困難にしていた。論文[R-5]では、実データに基づくフィルターの構成方法を提案し、閾値推定法の実用化を可能にした。論文[R-14]では、一般のレヴィ過程に基づく保険サープラスの下で、自然なデータ設定(観測スキーム)を仮定して、一致推定量を構成した。無限頻度のジャンプを含むレヴィ・リスク過程に対する破産確率の推定についても研究した。これは、信用リスク評価との関連で重要な問題である。提案した推定量は、ある種の“正則化ラプラス逆変換”によるもので、統計的一致性を持ち、明示的に計算可能なものである。ただし、数値計算に関する難点があり、他のラプラス逆変換法による推測法についても研究を進めている。論文[R-23]では、保険クレームが複合ポアソンの、かつ微小なブラウン摂動がある場合に、保険サープラスのリスク関数として近年注目されている Gerber-Shiu 関数のノンパラメトリック推定について議論した。サープラスモデルにブラウン摂動を入れた為に、観測されるデータは離散的とみなすのが自然になる。本論文では、日々の保険サープラスを離散観測しつつ、クレームサイズはすべて観測できるという仮定の下で Gerber-Shiu 関数のラプラス変換推定量を構成し、その正則化逆変換による推定量が一致性を持つことを示した。ただし、その収束率は対数オーダーでさらなる改善の余地を残しており、これが今後の課題である。

論文[R-39]では、保険ポートフォリオの破産時刻を、サープラスのある定数境界への初期到達時刻と広義に解釈することにより、ファイナンスにおけるある種のデフォルト(倒産)の概念を含むように拡張し、そのデフォルトに関するリスク関数に対していくつかの解析的表現を、保険数理(リスク理論)の観点と、レヴィ変動理論(fluctuation theory)の2つの観点から導出したものである。具体的には、レヴィ過程を用いた保険リスクモデルに対して、様々な破産リスクを統一的に表現するためのパス依存型破産リスクを新たに定義し、それらが更新方程式を満たすことや、レヴィ過程に対するポテンシャル測度との関連性などを証明した。論文[R-41]では、同リスクモデルの破産時刻分布の確率密度関数が満たすべき積分方程式を導出し、数値計算によってクレジット・デフォルトスワップ(CDS)などの価格計算へ利用できることを示した。論文[R-40]では、レヴィ過程で駆動される確率微分方程式の最小自乗型ドリフト推定量を提案し、レヴィノイズが小さい時の推定量の漸近分布を導出した。論文[R-53]では、保険ポートフォリオの破産時刻を、ファイナンスにおけるある種のデフォルト(倒産)の概念を含むように拡張し、そのデフォルトに関するリスク関数に対していくつかの解析的表現を導出した。これは古典的なレヴィ型の保険リスクモデルの下での破産確率評価法の一つである。一般には陽な表現を持たない破産(確率)関数に対して、保険会社が保険料に課す付加率が小さい状況における近似の表現を与えており、競争的な状況における保険会社のリスク管理に有用である。論文[R-56]では、レジームスイッチング型のレヴィ過程に対するポテンシャル測度について、級数による明示的表現や、レヴィ過程のスケール関数行列(Scale matrix)による表現定理を与え、それらを利用した保険破産理論への応用を示した。保険サープラスの一つの一般的表現はジャンプが負のレヴィ過程として表されるが、その時点での経済環境によって、さまざまなレジームを考えることができ、本論文はこのような環境別のサープラスを表現可能にした。本論文の主定理を用いると、このような複雑なサープラスモデルの下での一般化破産リスクを簡潔に表現することができ、保険・ファイナンスにおけるリスク管理に有用となる。

§ 5 成果発表等

(1)原著論文発表 (国内(和文)誌 4 件、国際(欧文)誌 66 件)

- R-1. A. Kohatsu-Higa, K. Yasuda, Simulation on multidimensional density functions through the Malliavin-Thalmaier formula and its application to finance, Proceedings of the 40th ISCIE International Symposium on Stochastic Systems Theory and Its Applications, 2009
- R-2. R. Kawai and A. Kohatsu-Higa, Computation of Greeks and Multidimensional Density Estimation for Asset Price Models with Time-Changed Brownian Motion, Applied Mathematical Finance, Volume 17, Issue 4, 2010
- R-3. A. Kohatsu-Higa and P. Tankov. Jump-adapted discretization schemes for Lévy-driven SDEs, Stochastic Processes and Their Applications, Volume 120, Issue 11, 2010
- R-4. A. Kohatsu-Higa and S. Ortiz., Weak Kyle-Back equilibrium models for Max and ArgMax, SIAM Journal on Financial Mathematics, Volume 1, 2010
- R-5. Yasutaka Shimizu, Threshold selection in jump-discriminant filter for discretely observed jump processes, Statistical Methods & Applications, vol.19, no.3, 2010.
- R-6. J.M. Corcuera and A. Kohatsu-Higa, Statistical Inference and Malliavin Calculus, Seminar on Stochastic Analysis, Random Fields and Applications VI, Progress in Probability Volume 63, 2011
- R-7. Kohatsu-Higa and M. Yamazato. Insider modelling and logarithmic utility for models with jumps, Applied Mathematics and Optimization, Volume 64, Issue 2, 2011
- R-8. Hoang-Long Ngo and Shigeyoshi Ogawa, On the discrete approximation of occupation time of diffusion processes, Electron. J. Statist, Volume 5, 2011
- R-9. Uchida, M. and Yoshida, N., Estimation for misspecified ergodic diffusion processes from discrete observations, ESAIM: Probability and Statistics, Volume 15, 2011
- R-10. Kosuke Oya, Bias Corrected Realized Variance under Dependent Microstructure Noise, Mathematics and Computers in Simulation, vol. 81, issue 7, 2011
- R-11. Masaaki Fukasawa, Isao Ishida, Nabil Maghrebi, Kosuke Oya, Masato Ubukata and Kazutoshi Yamazaki, Model-free implied volatility: from surface to index, International Journal of Theoretical and Applied Finance Volume 14, Issue 04, 2011
- R-12. Isao Ishida, Michael McAleer and Kosuke Oya, Estimating the Leverage Parameter of Continuous-time Stochastic Volatility Models Using High Frequency S&P 500 and VIX, Managerial Finance, vol. 37, Issue 11, 2011
- R-13. 清水 泰隆, 危険理論における Gerber-Shiu 関数と統計的推測, 統計数理, Vol. 59, No.1, 2011.
- R-14. Yasutaka Shimizu, Estimation of the expected discounted penalty function for Lévy insurance risks, Mathematical Methods of Statistics, Vol. 20, No. 2, 2011
- R-15. Masaaki Fukasawa, Discretization error of stochastic integrals, Annals of Applied Probability, Volume 21, Number 4, 2011
- R-16. Masaaki Fukasawa, Asymptotically efficient discrete hedging, Stochastic Analysis with Financial Applications, Progress in Probability Volume 65, 2011
- R-17. Kohatsu-Higa and A. Tanaka. A Malliavin Calculus method to study densities of additive functionals of SDE's with irregular drifts, Ann. Inst. H. Poincaré Probab. Statist, Volume 48, Number 3, 2012
- R-18. Emmanuel Gobet and Azmi Makhlof, The tracking error rate of the

- Delta-Gamma hedging strategy, *Mathematical Finance*, Volume 22, Issue 2, 2012
- R-19. Hoang-Long Ngo, An integrated cross-volatility estimation for asynchronous noisy data, *Journal of Nonparametric Statistics*, Volume 24, Issue 2, 2012
- R-20. Masayuki Uchida and Nakahiro Yoshida, Adaptive estimation of an ergodic diffusion process based on sampled data, *Stochastic Processes and their Applications*, 122, no. 8, 2012
- R-21. 大屋 幸輔, 日中データによる情報の非対称性の計測, 『先物・オプションレポート』, 大阪証券取引所, Vol.24 No. 7., 2012
- R-22. Yasutaka Shimizu, Local asymptotic mixed normality for discretely observed non-recurrent Ornstein-Uhlenbeck processes, *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, Volume 64, Issue 1, 2012
- R-23. Yasutaka Shimizu, Nonparametric estimation of the Gerber-Shiu function for the Wiener-Poisson risk model, *Scandinavian Actuarial Journal*, Volume 2012, Issue 1, 2012
- R-24. Yasutaka Shimizu, Estimation of parameters for discretely observed diffusion processes with a variety of rates for information, *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*. Volume 64, Issue 3, 2012
- R-25. Masaaki Fukasawa, The normalizing transformation of the implied volatility smile, *Mathematical Finance*, Volume 22, Issue 4, 2012
- R-26. Takayuki Fujii and Yoichi Nishiyama, Some problems in nonparametric inference for the stress release process related to the local time, *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, Volume 64, Issue 5, 2012
- R-27. Teppei Oghihara and Nakahiro Yoshida, Quasi-Likelihood Analysis for Stochastic Regression Models with Nonsynchronous observations, arXiv:1212.4911., 2012
- R-28. Kohatsu-Higa, A. and Ngo, L., Weak approximations for SDE's driven by Levy processes, *Seminar on Stochastic Analysis, Random Fields and Applications VII Progress in Probability* Volume 67, 2013
- R-29. Arturo Kohatsu-Higa and Azmi Makhlof, Estimates for the density of functionals of SDE's with irregular drift, *Stochastic Processes and their Applications*, Volume 123, Issue 5, 2013
- R-30. M. Hayashi and A. Kohatsu-Higa, Smoothness of the distribution of the supremum of a multi-dimensional diffusion process, *Potential Analysis*, Volume 38, Issue 1, 2013
- R-31. Masafumi Hayashi, Arturo Kohatsu-Higa and Gô Yûki, Local Hölder Continuity Property of the Densities of Solutions of SDEs with Singular Coefficients, *Journal of Theoretical Probability*, Vol.26, Iss.4, 2013
- R-32. Hiroya Hashimoto and Takahiro Tsuchiya, Remarks on the rate of strong convergence of Euler-Maruyama approximation for SDEs driven by rotation invariant stable processes, *JSIAM(The Japan Society for Industrial and Applied Mathematics) Letters* 5(0), 2013
- R-33. 橋本 大哉, 土屋 貴裕, Rotation invariant α -stable process から導かれる SDE のオイラー丸山近似の収束について, *RIMS 数理解析研究所講究録* 1855, 2013
- R-34. Hoang Long Ngo and Dai Taguchi, Strong rate of convergence for the Euler-Maruyama approximation of stochastic differential equations with irregular coefficients. Submitted. 2013
- R-35. S. V. Lototsky and J. Zhong, Stochastic evolution systems with constant coefficients, *Stochastic Partial Differential Equations: Analysis and Computations*, Volume 1, Issue 4, 2013
- R-36. Tomonori Nakatsu, Absolute continuity of the laws of a multi-dimensional stochastic differential equation with coefficients depending on the maximum, *Statistics & Probability Letters*, Vol. 83, No. 11, 2013

- R-37. Masayuki Uchida and Nakahiro Yoshida, Quasi likelihood analysis of volatility and nondegeneracy of statistical random field. A Special Issue on the Occasion of the 2013 International Year of Statistics, Stochastic Processes and their Applications, 123, no. 7, 2013
- R-38. 内田 雅之, 確率微分方程式の統計的モデリング, 日本統計学会誌, 第43巻 (第2号), 2013
- R-39. Runhuan Feng and Yasutaka Shimizu, On a generalization from ruin to default in a Lévy insurance risk model, Methodology and Computing in Applied Probability, Volume 15, Issue 4, 2013
- R-40. Wei Sun, Hongwei Long and Yasutaka Shimizu, Least squares estimator for discretely observed stochastic processes driven by additive small Lévy noises, Journal of Multivariate Analysis, vol. 116, , 2013
- R-41. Xuemia Hao, Xuan Li and Yasutaka Shimizu, Finite-time survival probability and credit default swaps pricing under geometric Lévy markets, Insurance: Mathematics and Economics, vol. 53, 2013
- R-42. Takayuki Fujii, Nonparametric estimation for a class of piecewise-deterministic Markov processes, Journal of Applied Probability, vol. 50, 2013
- R-43. Teppei Ogihara, Local asymptotic mixed normality property for nonsynchronously observed diffusion processes, arXiv:1310.5304., 2013, Bernoulli. (in press)
- R-44. Teppei Ogihara, On asymptotic properties of Bayes type estimators with general loss functions, arXiv:1312.7795., 2013
- R-45. A. Kohatsu-Higa, A short course on weak approximations for Lévy driven SDE's. Proceedings of the Bernoulli short course at EPFL, 2012., To appear 2013.
- R-46. Arturo Kohatsu-Higa Salvador Ortiz-Latorre Peter Tankov, Optimal simulation schemes for Levy driven stochastic differential equations, Mathematics of Computation., 83, 2014
- R-47. Arturo Kohatsu-Higa, Azmi Makhlof and Hoang Long Ngo, Approximation of non-smooth type functionals of one-dimensional diffusion processes, Stochastic Processes and their Applications, Volume 124, Issue 5, 2014
- R-48. Hiroya Hashimoto and Takahiro Tsuchiya, Convergence rate of stability problems of SDEs with (dis-)continuous coefficients, arXiv:1401.4542 [math.PR], 2014
- R-49. Masayuki Uchida and Nakahiro Yoshida, Adaptive Bayes type estimators of ergodic diffusion processes from discrete observations, Statistical Inference for Stochastic Processes, Volume 17, Issue 2, 2014
- R-50. Takayuki Fujii and Masayuki Uchida, AIC type statistics for discretely observed ergodic diffusion processes, Statistical Inference for Stochastic Processes, Volume 17, Issue 2, 2014
- R-51. Hayato Kitagawa and Masayuki Uchida, Adaptive test statistics for ergodic diffusion processes sampled at discrete times. Journal of Statistical Planning and Inference, Volume 150, July 2014
- R-52. Nabil Maghrebi, Mark J. Holmes and Kosuke Oya, Financial instability and the short-term dynamics of volatility expectations, Applied Financial Economics, Volume 24, Issue 6, 2014
- R-53. Yasutaka Shimizu, Edgeworth type expansion of ruin probability under Lévy risk processes in the small loading asymptotics, Scandinavian Actuarial Journal, Volume 2014, Issue 7, 2014
- R-54. Masaaki Fukasawa, Efficient discretization of stochastic integrals, Finance and Stochastics, vol. 18, No. 1, 2014
- R-55. Masaaki Fukasawa, Volatility derivatives and model-free implied leverage,

International Journal of Theoretical and Applied Finance, Vol. 17, No. 1, Volume 17, 2014

- R-56. Yasutaka Shimizu and Runhuan Feng, Potential measures for spectrally negative Markov additive processes with applications in ruin theory. Insurance: Math. and Econom., vol. 59, pp. 11-26, 2014.
- R-57. Kengo Kamatani, Rate optimality of Random walk Metropolis algorithm in high-dimension with heavy-tailed target distribution, arXiv:1406.5392, 2014.
- R-58. Teppei Ogihara and Nakahiro Yoshida, Quasi-likelihood analysis for nonsynchronously observed diffusion processes, Stochastic Processes and their Applications, Vol. 124, pp. 2954–3008, 2014.
- R-59. Arturo Kohatsu-Higa, Antoine Lejay, Kazuhiro Yasuda, Weak approximation errors for stochastic differential equations with non-regular drift, (preprint, 2014)
- R-60. Vlad Bally and Arturo Kohatsu-Higa, A probabilistic interpretation of the parametrix method, To appear in Annals of Applied Probability 2014.
- R-61. Masafumi Hayashi and Arturo Kohatsu and Go Yuki, Hölder continuity property of the densities of SDEs with singular drift coefficients, Electron. J. Probab.,19,2014, no. 77
- R-62. Mireia Besalu, Arturo Kohatsu-Higa and Samy Tindel, Gaussian type lower bounds for the density of solutions of SDEs driven by fractional Brownian motions. To appear in Annals of Probability, 2014.
- R-63. Patrik Andersson, Arturo Kohatsu-Higa, Exact simulation of stochastic differential equations using parametrix expansions, preprint, 2014
- R-64. Arturo Kohatsu-Higa and Libo Li, Regularity of the density of a stable-like driven sde with Hölder continuous coefficients. (preprint)
- R-65. Tomonori Nakatsu, Volatility risk for options depending on extrema and its estimation using kernel methods (submitted)
- R-66. Nakatsu, T., Calculation of vega for Lookback type options, in preparation
- R-67. Shimizu, Y. Threshold estimation for semimartingales with jumps and its practical approaches, to appear in Statist. Methods and Appl.
- R-68. Kengo Kamatani, Asymptotic properties of Monte Carlo strategies for cumulative link model, Journal of the Japan Statistical Society. Vol. 44, pp.1-23, 2014.
- R-69. Kengo Kamatani and Masayuki Uchida, Hybrid multi-step estimators for stochastic differential equations based on sampled data, Statistical Inference for Stochastic Processes. (in press)
- R-70. Masayuki Uchida and Nakahiro Yoshida, Model selection for volatility prediction (submitted).

(2)その他の著作物（総説、書籍など）

- 1.大屋幸輔,「ボラティリティの景気予測力 -バリエンス・リスクプレミアムの検証から-」, 『世界同時不況と景気循環分析』第7章, 東京大学出版会, 2010年3月.

(3)国際学会発表及び主要な国内学会発表

① 招待講演 (国内会議 15 件、国際会議 43 件)

1. Masaaki Fukasawa, (大阪大学 CSFI), Asymptotically Efficient Discrete Hedging, The 4th Bachelier Colloquium, Metabief, (France), 2010/1/24-31
2. Arturo Kohatsu-Higa (大阪大学), Higher order Monte Carlo Schemes for SDE's, Workshop on Statistics and Mathematical Finance, Lima (Peru), 2010/02/05

3. Arturo Kohatsu-Higa (大阪大学), Recent results on Greek estimation for financial quantities, ICC Workshop on IT Convergence, Seoul(Korea), 2010/02/18
4. Arturo Kohatsu-Higa (大阪大学), A Malliavin Calculus method to study SDE's with irregular drifts. Ajou Conference in honour of Alain Bensoussan, Korea, July 14, 2010.
5. Arturo Kohatsu-Higa (大阪大学), Approximations for SDE Driven by Lévy Processes. KIER-TMU International Workshop on Financial Engineering 2010, Tokyo-Japan August 2, 2010.
6. Arturo Kohatsu-Higa (大阪大学), Numerical Methods for SDEs driven by Lévy processes. Short course at Sydney University, Sydney- Australia, August 4-12, 2010.
7. Arturo Kohatsu-Higa (大阪大学), A Malliavin Calculus method to study SDE's with irregular drifts. ICM Satellite Conference on Probability and Stochastic Processes, Indian Statistical Institute, Bangalore-India, August 13-17, 2010.
8. Masayuki Uchida (大阪大学), Statistical estimation of the volatility for a stochastic differential equation, 34th Conference on Stochastic Processes and Their Applications, Senri life science center building, Osaka, 6-10 September 2010.
9. Masayuki Uchida (大阪大学), Adaptive estimation of an ergodic diffusion process from discrete observations, Korean Statistical Society conference, Kyonggi University, Korea, 4-5 November 2010
10. 林 正史 (大阪大学), 飛躍型確率微分方程式に対する漸近展開定理, 金融工学・数理計量ファイナンスの諸問題 2010, 大阪市中央公会堂 (中之島), 2010年12月3日-12月4日
11. Masayuki Uchida (大阪大学), Adaptive estimation of discretely observed ergodic diffusions, CREST and Sakigake International Symposium, Tokyo Institute of Technology University, Tokyo, 14-18 December 2010
12. Arturo Kohatsu-Higa (立命館大学), Approximation methods for stochastic differential equations driven by Levy processes, Seventh Seminar on Stochastic Analysis, Random Fields and Applications. Ascona (Switzerland), May 23 - 27, 2011
13. Masayuki Uchida (大阪大学), Adaptive Bayes type estimation of ergodic diffusion processes based on sampled data, DYNSTOCH Meeting 2011 at German-American Institute (DAI), Heidelberg(Germany), June 18, 2011
14. Arturo Kohatsu-Higa (立命館大学), Estimates for the error of some simulation schemes for SDE's driven by Levy processes, 35th Conference on Stochastic Processes and their Applications, Oaxaca, (Mexico), 2011年6月19日-6月24日
15. Yasutaka Shimizu (大阪大学), On estimating ruin related quantities under Lévy insurance risks, Statistics 2011 Canada, Concordia University, Montreal (Canada), 4, July, 2011
16. Arturo Kohatsu-Higa (立命館大学), Approximations for SDEs driven by Levy processes, Workshop Rough Paths and Numerical Integration Methods Philipps-University, Marburg (Germany), 21.-23.09.2011
17. Kosuke Oya (大阪大学), Implied moments and the related risk measure, The Second International Conference on High-frequency Data Analysis in Financial Market, 大阪大学中之島センター, 2011/10/28-30
18. 土屋 貴裕 (立命館大学), A Simulation of the Radiation Diffusion by a

- Stochastic Diffusion Model with Geographical Data, The 43rd ISCIE International Symposium on Stochastic Systems Theory and Its Applications, 立命館大学 BKC キャンパス, 2011年10月29日
19. Hoang-Long Ngo (立命館大学), On Approximation of Eigenvalues of Spot Cross Volatility Matrix, The 43rd ISCIE International symposium on stochastic systems theory and its applications 立命館大学 BKC キャンパス, 2011年10月29日
 20. 藤井 孝之 (大阪大学), 拡散過程の離散観測に基づく AIC 型情報量規準, 2011年度 中之島ワークショップ金融工学・数理計量ファイナンスの諸問題, 大阪大学中之島センター, 2011年12月3日
 21. Masayuki Uchida (大阪大学), Adaptive estimation for misspecified diffusion processes, Statistical Analysis and Related Topics: Theory, Methodology, and Data Analysis, University of Tokyo, December 16, 2011
 22. 林 正史 (立命館大学), Smoothness of the distribution of the supremum of a diffusion process, International conference in mathematics and applications, Ho Chi Minh, (Vietnam), 2011年12月21日
 23. Masayuki Uchida (大阪大学), Adaptive estimation for ergodic diffusions under incorrect models, Statistics for Stochastic Processes: Inference, Limit Theorems, Finance and Data Analysis at Institut Louis Bachelier in the former Paris bourse building, March 12, 2012
 24. 田中 秀幸 (立命館大学), Higher order weak approximations of stochastic differential equations with and without jumps, Rough Path Analysis and Related Topics, 名古屋大学, 2012年1月26日
 25. Arturo Kohatsu-Higa (立命館大学), Greeks and Simulation in models with jumps, Quantitative and Statistical Finance, University of Paris Diderot. Paris VII, Paris (France), March 1, 2012.
 26. 土屋 貴裕 (立命館大学), Probabilistic Representation of a Nonlinear PDE: Analysis and Examples, CREST and 4th Ritsumeikan-Florence Workshop on Risk, Simulation and Related Topics, 立命館アジア太平洋大学, 2012年3月8日
 27. 林 正史 (立命館大学), Smoothness of the distribution of the supremum of a diffusion process, Stochastic Analysis and its Applications, 新潟大学駅南キャンパス ときめいと, 2011年3月17日
 28. A. Kohatsu-Higa (立命館大学), Some Malliavin Calculus Techniques to Deal with Diffusions with Irregular Drifts, Stochastic Analysis and Its Applications, EPFL, Switzerland, 2012年6月5日,
 29. A. Kohatsu-Higa (立命館大学), Simulation of Levy Driven Stochastic Differential Equations by, Bernoulli special semester course, EPFL, Switzerland, 2012年6月21日
 30. Masayuki Uchida (大阪大学), Adaptive estimation for discretely observed ergodic diffusion processes, Invited Paper Session: Inference for Stochastic Processes from High-Frequency Data, The 2nd IMS-APRM, Tsukuba, 2012年7月2日
 31. Yasutaka Shimizu (大阪大学), Edgeworth-type expansion of ruin probability under Lévy insurance risk model, Waseda Statistical Symposium on Time Series and Related Topics - A satellite meeting of IMS-APRM, Tokyo, 2012年7月6日
 32. Yasutaka Shimizu (大阪大学), Asymptotic expansion of ruin probability under Lévy insurance risks, Workshop on Mathematical Finance and Related Issues, Kyoto, 2012年9月3日

33. 清水 泰隆 (大阪大学), レヴィ保険モデルにおける破産リスクと統計的推測, 統計関連学会連合大会, 企画セッション: 確率微分方程式モデルの統計解析, 北海道大学, 2012年9月10日
34. 内田 雅之 (大阪大学), 金融モデルに対する適応型統計推測理論および高頻度データへの適用, 統計関連学会連合大会, 企画セッション: ファイナンス統計学における漸近的方法とその実装, 北海道大学, 2012年9月11日
35. 藤井 孝之 (大阪大学), ジャンプマルコフ過程のノンパラメトリック推定, 2012年度 中之島ワークショップ金融工学・数理計量ファイナンスの諸問題, 大阪大学中之島センター, 2012年11月30日
36. A. Kohatsu-Higa (立命館大学), Recent Advances in Infinite Dimensional Analysis with Applications, 金融工学・数理計量ファイナンスの諸問題 2012, 大阪大学中之島センター, 2012年12月1日
37. A. Kohatsu-Higa (立命館大学), Approximations faibles pour quelques fonctionnelles irrégulières, Groupe de travail modélisation stochastique et finance, France, 2013年2月15日
38. Arturo Kohatsu-Higa (立命館大学), Multi level Monte Carlo (MLMC) for irregular functions and irregular diffusions., International Workshop on Quantitative Finance, Daejeonz (Korea), 2013年3月18日
39. Arturo Kohatsu-Higa (立命館大学), Statistical inference and Malliavin calculus, Special Session on Recent advance in stochastic processes and their applications. World Statistics Congress, Hong Kong, China, 2013年8月26日
40. Yasutaka Shimizu (大阪大学), Threshold estimation for stochastic differential equations with jumps, 59th ISI World Statistics Congress, Hong Kong, China, August 26, 2013
41. Masayuki Uchida (大阪大学), Adaptive Bayes type estimation for stochastic differential equations based on high-frequency data, 7th International Conference on Computational and Financial Econometrics, Hong Kong, China, August 29, 2013
42. Masaaki Fukasawa (大阪大学), Linear regression of drift in continuous semimartingale models, The 59th World Statistics Congress (香港), 2013年8月29日
43. Arturo Kohatsu-Higa (立命館大学), LAMN property for jump type processes, Asymptotic Statistics and Related Topics: Theories and Methodologies, 東京、日本、2013年9月3日
44. 内田 雅之 (大阪大学), 確率微分方程式の統計的モデリング, 統計関連学会連合大会, 大阪大学, 2013年9月9日
45. 清水泰隆 (大阪大学), 保険数理における離散観測モデルと最近の動向, 統計関連学会連合大会, 大阪大学, 2013年9月9日
46. 内田雅之 (大阪大学), 拡散過程モデルにおける適応型計算統計, 統計関連学会連合大会, 大阪大学, 2013年9月10日
47. Masayuki Uchida (大阪大学), Discriminant analysis for stochastic differential equations based on sampled data, 59th ISI World Statistics Congress, London, UK, December 14, 2013
48. Teppei Ogihara (大阪大学), Maximum likelihood type estimation and Bayes type estimation for nonsynchronously observed diffusion processes, ERCIM 2013, 6th International Conference of the ERCIM Working Group on Computational and Methodological Statistics, University of London, UK, December 15, 2013
49. Arturo Kohatsu-Higa (立命館大学), A Survey on the Parametrix

- Method for Irregular Coefficients、第三回数理ファイナンス合宿型セミナー、静岡、日本、2014年1月26日
50. Masaaki Fukasawa (大阪大学), Volatility derivatives and model-free implied leverage, Winter Workshop on Finance (札幌), 2014年2月17日
 51. 深澤正彰 (大阪大学), 高頻度データに対する Whittle 尤度, 日本数学会, 学習院大学, 2014年3月15日
 52. 鎌谷研吾, マルコフ連鎖モンテカルロ法の退化性の評価, 統計関連学会連合大会, 東京大学, 2014年9月15日
 53. Arturo Kohatsu-Higa (立命館大学), The Parametrix as a Monte Carlo Simulation Method for SDEs, Risk: Modelling, Optimization, Inference. 2014, December 12, 2014
 54. Arturo Kohatsu-Higa (立命館大学), The Parametrix as a Monte Carlo Simulation Method for SDEs, Quantitative Mathematical Finance QMF 2014, December 18, 2014
 55. Arturo Kohatsu-Higa (立命館大学), The probabilistic parametrix method as a simulation method, The 6th Conference on Mathematical Analysis in Economic Theory, January 26-29. 2015
 56. 内田雅之, 拡散過程の適応的推測法と高頻度データ解析への応用, 「第9回日本統計学会春季集会」, 明治大学, 2015年3月8日
 57. 清水泰隆, 確率微分方程式のレヴィ型小分散モデルにおけるドリフト推定, 「第9回日本統計学会春季集会」, 明治大学, 2015年3月8日
 58. Arturo Kohatsu-Higa (立命館大学), Some methods of proof for the Euler-Maruyama scheme, The 5th Workshop on Mathematical Finance and Related Issues, March 18, 2015

② 口頭発表 (国内会議 51 件、国際会議 44 件)

1. Yasutaka Shimizu (大阪大学), Quadratic type contrast functions for discretely observed non-ergodic diffusion processes, DYNSTOCH 2009, Berlin(Germany), 2009/10/8
2. Masayuki Uchida (大阪大学), Parametric estimation of the volatility for a stochastic differential equation, DYNSTOCH 2009, Berlin (Germany), 2009/10/10
3. Yasutaka Shimizu (大阪大学), Estimation of parameters for discretely observed diffusion processes with a variety of rates for information, Stochastic Analysis and Statistical Inference V, Tokyo (Tokyo Univ.), 2010/2/23
4. Yasutaka Shimizu (大阪大学), Estimation of parameters for discretely observed diffusion processes with a variety of rates for information, 統計的推測法の発展と応用, Hiroshima (Hiroshima Univ.), 2010/3/16
5. Masayuki Uchida (大阪大学), Adaptive estimation of an ergodic diffusion process based on sampled data, DYNSTOCH Meeting, Bon Pasteur Accueil, Angers, France, 16-19 June 2010
6. Yasutaka Shimizu (大阪大学), Nonparametric estimation of the Gerber-Shiu function for the risk process perturbed by diffusion, The 14th International Congress on Insurance : Mathematics and Economics, Toronto, Canada, June 17 - 19, 2010.
7. Masaaki Fukasawa (大阪大学), Asymptotic analysis for stochastic volatility: Edgeworth expansion, The Bachelier Finance Society, Toronto, June 26, 2010.
8. 清水泰隆 (大阪大学), Brief Introduction to Risk Theory with Future

- Statistical Issues, 統計数理研究所共同研究集会「統計サマーセミナー2010」, 伊豆長岡ホテルサンバレー富士見, 静岡, 2010年8月1-4日
9. 大屋幸輔(大阪大学), Model-free Implied Volatility: From Surface to Index, Summer Workshop on Economic Theory, 小樽商科大学札幌サテライト (深澤正彰, 石田功, Nabil Maghrebi, 生方雅人, 山崎和俊との共著), 2010年8月8日
 10. Azmi Makhlouf(大阪大学), The tracking error rate of the Delta-Gamma hedging strategy. SPA conference, Osaka Senri Life Science Center, September 6-10, 2010.
 11. Masaaki Fukasawa(大阪大学), Discretization error in stochastic integration, The Bernoulli Society, Osaka, September 10, 2010.
 12. Yasutaka Shimizu(大阪大学), Nonparametric estimation of the Gerber-Shiu function for the risk process perturbed by diffusion, Workshop on Mathematical Finance and Related Issues, Kyoto Research Park, Kyoto, Japan, September 12 - 15, 2010.
 13. Azmi Makhlouf(大阪大学). L2-time regularity of BSDE with irregular terminal functions. Workshop on Mathematical Finance and Related Issues, Kyoto Research Park. September 12 - 15, 2010.
 14. 清水泰隆(大阪大学), 摂動リスクモデルに対する期待割引罰則関数の推定, 2010年統計関連学会連合大会, 早稲田大学, 東京, 2010年9月5-8日
 15. 清水泰隆(大阪大学), Gerber-Shiu functions and the statistical inference, 統計モデルによる現象の解析, 並びにその基礎理論, 山形テルサ, 山形, 2010年10月21-23日
 16. Azmi Makhlouf(大阪大学). L2-time regularity of BSDE with irregular terminal functions. New advances in Backward SDEs for financial engineering applications, Tamerza ,Tunisia, October 25 - 28, 2010.
 17. 清水 泰隆(大阪大学), Gerber-Shiu functions and the statistical inference, 諸分野との協働による数理科学のフロンティア, 京都大学数理解析研究所, 京都, 2010年11月17-19日
 18. Masayuki Uchida (大阪大学), Adaptive ML-type estimators of ergodic diffusion processes, 諸分野との協働による数理科学のフロンティア, 京都大学数理解析研究所, 京都, 2010年11月17-19日
 19. 林 正史 (大阪大学), 飛躍型確率微分方程式の漸近展開公式について, ファイナンスの数理解析とその応用, 京都大学数理解析研究所, 2010年11月24日-11月26日
 20. Azmi Makhlouf (大阪大学), BSDE and defaultable claims, Osaka University, Crest seminar, November 26, 2010.
 21. 清水泰隆(大阪大学), Nonparametric estimation of the Gerber-Shiu function, 金融工学・数理・計量ファイナンスの諸問題 2010, 大阪市中央公会堂, 大阪, 2010年12月3-4日
 22. Kosuke Oya (大阪大学), Bayesian estimation of probability of informed trading, 4th CSDA International meeting on Computational and Financial Econometrics, University of London, UK, 2010, December10-12, 2010.
 23. Yasutaka Shimizu (大阪大学), Edgeworth type expansion of ruin probability under Lévy risk processes in the small loading asymptotics, The 15th International Congress on Insurance : Mathematics and Economics, University of Trieste, Trieste, Italy, 15 June, 2011
 24. 結城 郷 (立命館大学), Local Smoothness of the Densities of Solutions

- of SDEs with Singular Coefficients, 立命館大学数理ファイナンスセミナー, 2011年7月14日
25. 結城 郷 (立命館大学), Local Smoothness of the Densities of Solutions of SDEs with Singular Coefficients, 確率論ヤングサマーセミナー 2011, 潮来ホテル, 2011年8月3日
 26. Kosuke Oya (大阪大学), Estimating Probability of Informed Trading, 5th Japanese-European Bayesian Econometrics and Statistics Meeting, Norges Bank, Oslo, 2011/08/23-24
 27. 藤井 孝之(大阪大学)・西山 陽一 (統計数理研究所), 局所時間に基づくストレス解放モデルの統計的推測, 2011年度統計関連学会連合大会, 九州大学, 2011年9月5日
 28. 田中 秀幸 (立命館大学), 多次元ラティスによるオプション価格付けへの新アプローチ, 日本応用数理学会 2011年度年会, 同志社大学, 2011年9月11日
 29. 深澤正彰 (大阪大学), 凸リスク測度と資産価格付けの基本定理, 日本数学会, 信州大学, 2011年9月28日
 30. 藤井 孝之 (大阪大学)・西山 陽一 (統計数理研究所), ストレス解放過程のノンパラメトリックな統計的推測, 日本数学会 2011年度秋季総合分科会, 信州大学, 2011年9月30日
 31. 結城 郷 (立命館大学), Local Smoothness of the Densities of Solutions of SDEs with Singular Coefficients, 確率解析とその周辺, 佐賀大学, 2011年11月12日
 32. 中津 智則 (立命館大学), Volatility Risk for Options Depending on Extrema, 数理ファイナンスとその周辺, 東北大学経済学研究科, 2012年1月2日
 33. 藤井 孝之(大阪大学)・内田 雅之(大阪大学), 離散観測に基づく拡散過程の統計的モデル選択, 日本数学会 2012年度年会, 東京理科大学, 2012年3月28日
 34. Masayuki Uchida (大阪大学), Adaptive estimation for misspecified ergodic diffusion processes, DYNSTOCH Meeting 2012, Institut Henri Poincaré, Paris, 2012年6月7日
 35. Yasutaka Shimizu (大阪大学), Ruin-related quantities under Markov additive risk models: a matrix operator approach, The 16th International Congress on Insurance: mathematics and economics, Hong Kong, China, 2012年6月29日
 36. Tepei Ogihara (大阪大学), Parametric Estimation for Diffusion Processes from Non-synchronous Observations, The 2nd IMS-APRM, Tsukuba, 2012年7月3日
 37. Masayuki Uchida (大阪大学), Adaptive Bayes type estimation of discretely observed ergodic diffusion processes, The 8th World Congress in Probability and Statistics, Grand Cevahir Hotel and Convention Center, Istanbul, 2012年7月13日
 38. 荻原 哲平 (大阪大学), 非同期観測下における拡散過程のパラメータ推定, 統計数理研究所「統計サマーセミナー2012」, 伊豆山研修センター / 静岡, 2012年8月4日
 39. Takayuki Fujii (大阪大学), Adaptive AIC type information criteria for discretely observed ergodic diffusion processes, Workshop on Mathematical Finance and Related Issues, Kyoto Research Park, Kyoto, Japan, 2012年9月3日

40. Teppei Ogihara (大阪大学), Parametric estimation for stochastic regression models from nonsynchronous observations, Workshop on Mathematical Finance and Related Issues, Kyoto Research Park, 2012年9月3日
41. 藤井 孝之(大阪大学)・内田 雅之(大阪大学), 離散観測された拡散過程の統計的モデル選択, 2012 年度統計関連学会連合大会, 北海道大学, 2012年9月11日
42. 荻原 哲平(大阪大学), Quasi-likelihood analysis for stochastic regression models from nonsynchronous observations, 統計数学セミナー, 東京大学, 2012年10月5日
43. 荻原 哲平(大阪大学), Statistical inference for diffusion processes from nonsynchronous observations, 立命館大学 解析セミナー, 立命館大学, 2012年10月18日
44. 荻原 哲平(大阪大学), 非同期観測された拡散過程に対する最尤型・ベイズ型推定量の漸近挙動, 第2回数理ファイナンス合宿型セミナー, 大橋会館 / 東京, 2012年11月3日
45. 荻原 哲平(大阪大学), 高頻度観測データを用いた共分散推定法に関して, 2012 年度中之島ワークショップ「金融工学・数理計量ファイナンスの諸問題2012」, 大阪大学中之島センター, 2012年11月30日
46. 内田 雅之(大阪大学), 確率微分方程式の適応型推定とその実装, SART2012 Statistical Analysis and Related Topics, 東京大学, 2012年12月21日
47. 荻原 哲平(大阪大学), 非同期観測された拡散過程に対する局所漸近混合正規性, SART2012 Statistical Analysis and Related Topics: Theory, Methodology and Data Analysis, 東京大学, 2012年12月22日
48. Teppei Ogihara (大阪大学), The Local Asymptotic Mixed Normality for Nonsynchronously Observed Diffusion Processes, Asymptotic Statistics of Stochastic Processes, Le Mans / France, 2013年3月12日
49. Masayuki Uchida(大阪大学), Discriminant analysis for discretely observed ergodic diffusion processes, Asymptotical Statistics of Stochastic Processes IX, Universite du Maine, Le Mans, 2013年3月13日
50. 藤井 孝之(大阪大学), 拡散過程の統計的モデル選択と金融データへの利用, ワークショップ「金融リスクの計測・管理・制御に纏わる数理」, 2013年3月29日
51. 荻原 哲平(大阪大学), 非同期観測下における拡散過程の最尤型・ベイズ型推定, 日本数学会, 京都大学, 2013年3月20日
52. 内田 雅之(大阪大学), 金融データに基づく統計的 SDE モデリング, ASC2013 Asymptotic Statistics and Computations, 東京大学, 2013年3月27日
53. 荻原 哲平(大阪大学), 高頻度株価データを用いたボラティリティ・共分散推定法と関連する研究について, ワークショップ「金融リスクの計測・管理・制御に纏わる数理」, 2013年3月29日
54. Masayuki Uchida (大阪大学), Discriminant analysis for discretely observed stochastic differential equations. DYNSTOCH Meeting 2013, University of Copenhagen, Denmark, April 17, 2013
55. 清水 泰隆(大阪大学), Some statistical approaches for renewal equations in non-life insurance 統計科学セミナー, 九州大学, 2013年6月21日

56. Yasutaka Shimizu (大阪大学), Edgeworth type expansion for renewal-type equations and applications to risk theory, The 17th International congress on Insurance: Mathematics and Economics, University of Copenhagen, Denmark, July 2, 2013
57. Masayuki Uchida (大阪大学), Asymptotic properties of discriminant functions for stochastic differential equations from discrete observations., The 29th European Meeting of Statisticians, Eötvös Lorénd University, Budapest, Hungary, July 22, 2013
58. Li Libo(立命館大学), The hypothesis (H) and pseudo stopping times., Sino-French Research Program in Financial Mathematics, Beijing, China, July. 2013
59. Hoang Long Ngo(立命館大学), Approximation for stochastic differential equations: Irregular case, The 8th Vietnamese Mathematical Conference. Nha Trang, Vietnam, 2013年8月10日
60. Li Libo (立命館大学), Pseudo stopping times and enlargement of filtration, Young Summer Seminars, Kagawa, Japan, August. 2013
61. 田口 大(立命館大学), Strong Rate of Euler-Maruyama Approximation for Stochastic Differential Equations with Irregular Drift、確率論ヤングサマーセミナー、香川県国民休暇村讃岐五色台、2013年8月26日
62. 荻原 哲平 (大阪大学), 非同期観測された拡散過程に対する局所漸近混合正規性, 2013年度統計関連学会連合大会, 大阪大学, 2013年9月9日
63. 中津 智則(立命館大学), ルックバックオプションのベガについて、応用数理学会 2013年度年会、福岡県・アクロス福岡、2013年9月11日
64. 田口 大(立命館大学), Strong Rate of Euler-Maruyama Approximation for Stochastic Differential Equations with Irregular Drift、応用数理学会、アクロス福岡、2013年9月11日
65. Go Yuki (立命館大学), Holder Continuity Property of the Densities of Solutions of SDEs with Singular Drift Coefficients、日本数学会、愛媛大学、2013年9月24日
66. 藤井 孝之 (大阪大学), ジャンプ型マルコフ過程のノンパラメトリック推定、日本数学会秋季総合分科会、愛媛大学、2013年9月26日
67. 荻原 哲平 (大阪大学), 非同期観測拡散過程に対する局所漸近混合正規性, 日本数学会 2013年度秋季総合分科会、愛媛大学、2013年9月26日
68. Li Libo (立命館大学), Parametrix approach to the transition density of SDEs driven by-stable Lévy process with Hölder continuous coefficients, Stochastic Process and Their Statistics in Finance, Okinawa, Japan, 1st November. 2013
69. 田口 大(立命館大学), Strong Rate of Euler-Maruyama Approximation for Stochastic Differential Equations with Irregular Drift、Stochastic Process and their Statistics in Finance、琉球大学、2013年11月1日
70. Teppei Ogihara (大阪大学), LAMN property and asymptotically efficient estimation for nonsynchronously observed diffusion processes, Stochastic Processes and their Statistics In Finance, Okinawa Seinenkaikan, Japan, November 1, 2013
71. 清水 泰隆 (大阪大学), On a generalization from ruin to default in Lévy insurance risks, 第2回金融シンポジウム, 統計数理研究所, 2013年11月6日
72. 荻原 哲平 (大阪大学), 非同期観測された拡散過程に対する局所漸近混合正規性, 東京確率論セミナー, 東京工業大学, 2013年12月2日
73. 田口 大(立命館大学), Strong Rate of Euler-Maruyama Approximation

- for Stochastic Differential Equations with Irregular Coefficients、確率論シンポジウム、京都大学、2013年12月18日
74. Teppei Ogihara (大阪大学), LAMN property for nonsynchronously observed diffusion processes, Statistics for Stochastic Processes and Analysis of High Frequency Data, Universite Paris 6, France, December 18, 2013
 75. Masayuki Uchida (大阪大学), Hybrid multi-step estimators for stochastic differential equations. Statistics for Stochastic Processes and Analysis of High Frequency Data, University Pierre and Marie Curie, France, December 19, 2013
 76. 清水 泰隆 (大阪大学), On a generalization from ruin to default in Lévy insurance risks, 経済リスクの統計学の新展開: 稀な事象と再帰的事象, 東京大学, 2013年12月26日
 77. 中津 智則(立命館大学), 一次元 SDE の離散・連続時間最大値に対する部分積分公式について、第三回数値ファイナンス合宿型セミナー(ショート・コミュニケーション)、静岡県・ホテルニューアカオ、2014年1月25日
 78. Li Libo (立命館大学), Pseudo stopping times and the hypothesis (H). Winter Workshop on Finance, Hokkaido, Japan, February. 2014
 79. 田口 大(立命館大学), Strong Rate of Euler-Maruyama Approximation for Stochastic Differential Equations with Irregular Coefficients、数値ファイナンス合宿型セミナー、静岡県ホテルニューアカオ、2014年1月25日
 80. Masayuki Uchida (大阪大学), Hybrid multi-step estimators for diffusion processes. Asymptotic Statistics and Computations 2014, Institute of Statistical Mathematics, Japan, March 11, 2014
 81. Teppei Ogihara (大阪大学), Quasi-likelihood analysis for nonsynchronously observed diffusion processes, ASC2014 Asymptotic Statistics and Computations, University of Tokyo, Japan, Mar 12, 2014
 82. 荻原 哲平 (大阪大学), 高頻度株価データを用いたいくつかの統計解析手法に関して、金融リスクの測・管理・制御と資本市場に纏わる諸問題, 大阪大学, 2013年3月14日
 83. 田口 大(立命館大学), Strong Rate of Euler-Maruyama Approximation for Stochastic Differential Equations with Irregular Coefficients、数学会、学習院大学、2014年3月15日
 84. 荻原哲平, 非同期観測と観測ノイズの存在の下での最尤型推定法, 統計数学セミナー, 東京大学, 2014年5月20日
 85. Kengo Kamatani, The Order of degeneracy of Markov chain Monte Carlo Method, The 3rd IMS-APRM, July 1, 2014
 86. Teppei Ogihara, Maximum likelihood type estimation and Bayes type estimation for nonsynchronously observed diffusion processes, The 3rd Institute of Mathematical Statistics Asia Pacific Rim Meeting, Taipei, Taiwan, July 3, 2014
 87. 荻原哲平, 高頻度観測金融データに対する最尤法・ベイズ法, ISM Financial Project 研究集会「統計科学とファイナンス」, 統計数理研究所, 2014年9月5日
 88. Kengo Kamatani, Rate optimality of Random walk Metropolis algorithm in high-dimension with heavy-tailed target distribution, DYNSTOCH Meeting 2014, Warwick University, Sep 10, 2014
 89. 荻原哲平, 非同期観測下における疑似尤度解析, 2014年度統計関連学会連合大会, 東京大学, 2014年9月16日

90. 内田雅之, Hybrid multi-step estimation for diffusion type processes, 研究集会「大規模統計モデリングと計算統計」, 東京大学, 2015年2月7日
91. 鎌谷研吾, Efficient construction of MCMC in high-dimension, 研究集会「大規模統計モデリングと計算統計」, 東京大学, 2015年2月7日
92. Teppei Ogihara, Parametric inference for diffusion processes with noisy, nonsynchronous observations, 「Asymptotical Statistics of Stochastic Processes X」, Universite du Maine, 2015年3月18日
93. Kengo Kamatani, Efficient strategy of MCMC in high-dimensional and its application to diffusion process, 「Asymptotical Statistics of Stochastic Processes X」, Universite du Maine, 2015年3月18日
94. Yasutaka Shimizu, LSE-type estimation for stochastic processes with small Lévy noise, 「Asymptotical Statistics of Stochastic Processes X」, Universite du Maine, 2015年3月19日
95. Masayuki Uchida, Hybrid multi-step estimation of the volatility for stochastic regression models, 「Asymptotical Statistics of Stochastic Processes X」, Universite du Maine, 2015年3月20日

③ ポスター発表 (国内会議 3 件、国際会議 0 件)

1. Arturo Kohatsu-Higa, ジャンプ型高次元確率微分方程式:無限次元解析とシミュレーション方法、第2回領域シンポジウム 越境する数学 ~CREST 研究報告会~, アキバプラザ5階・アキバホール、2011年9月7日(水)
2. 内田 雅之、確率微分方程式の統計的モデリングと金融データ解析への応用、第2回領域シンポジウム 越境する数学 ~CREST 研究報告会~, アキバプラザ5階・アキバホール、2011年9月7日(水)
3. Li Libo, 結城 郷、Existence of Density Functions of Stochastic Differential Equations with Irregular Coefficients、合原 FIRST/西浦 CREST 合同シンポジウム、JST 東京本部別館 1階大会議室、2014年1月11日

(4)知財出願

- ①国内出願 (0 件)
- ②海外出願 (0 件)

(5)受賞・報道等

- ① 受賞
 1. 金融工学研究所懸賞論文集入選, 深澤正彰(CSFD), 離散ヘッジ戦略の漸近有効性, 2009年
 2. 日本数学会賞建部賢弘奨励賞, 深澤正彰, 2010年9月
 3. 日本統計学会研究業績賞, 内田雅之, 2013年9月9日
 4. 日本統計学会小川研究奨励賞, 鎌谷研吾, 2014年9月15日
- ② マスコミ(新聞・TV等)報道
 1. 株式会社 日本経済新聞社(日経ヴェリタス)
 タイトル:ひとクロスロード金融市場を科学する 使えるリスク分析 金融工学復権への道
 出版日:22年9月12日

取材内容

- ・CREST 研究課題「複雑な金融商品の数学的構造と無限次元解析」に関する研究内容について
 - ・債務担保証券(CDO)におけるリスク解析・シミュレーションについて
 - ・ジャンプ型モデルについて
2. 朝日新聞出版、AERA、2012年1月23日発売号
無限次元確率解析を放射線の拡散モデルについて応用し、そのメカニズムを従来と異なる手法によって解明を行った。

(6)成果展開事例

①実用化に向けての展開

- ・国内外の様々な研究機関で開催された研究会で発表を行い、このプロジェクトの成果について紹介した。特に EPFL(Ecole Polytechnique Federale de Laussane)や Ecole Nationale des Ponts et Chausees では。テーマ「次元圧縮シミュレーション方法に関して」と「stochastic parametrix シミュレーション方法について」の招待集中講義を行った。
- ・本プロジェクトで開催した研究会では新技術を紹介し、国内外の異分野の研究者にも影響を与えた。今後も、さまざまな金融業界の研究会に参加し、紹介し続ける予定である。

②社会還元的な展開活動

- ・本研究成果をインターネット(URL: <http://www.math.ritsumei.ac.jp/crest/index.html>)で公開。
- ・本研究成果のために開催した国際シンポジウム:2010 CREST and Sakigake International Symposium:Asymptotic Statistics, Risk and Computation in Finance and Insurance に研究者だけではなく実務関係者の参加も含め 100 名を集めた。
- ・2015 年 3 月に実務関係者が参加する研究集会を開催する。この研究集会では、実務関係者にむけた本研究の成果について発表を行う。

§ 6 研究期間中の活動

6.1 主なワークショップ、シンポジウム、アウトリーチ等の活動

年月日	名称	場所	参加人数	概要
2009年12月12日	CREST セミナー	CSFI	9人	離散取引手数料付ポートフォリオ最適化問題について
2010年1月15日・18日・20日	CREST スクール	CSFI	12人	ボアソン測度やレヴィー過程に関するディレクレイ形式について
2010年2月16日	CREST セミナー	CSFI	8人	確率ボラティリティのようなモデルについて
2010年5月11日	CREST セミナー	大阪大学	8人	クレジットリスクについて
2010年6月23日・25日・28日・30日 2010年7月5日・7日	CREST スクール	大阪大学	各回20人	
2010年11月26日	CREST セミナー	大阪大学	8人	BSDE'sの数値計算について
2010年12月14日-18日	国際シンポジウム: 2010 CREST and Sakigake International Symposium Asymptotic Statistics, Risk and Computation in Finance and Insurance	東京工業大学	100人	CREST・さきがけ合同研究会
2011年7月25日	大阪大学 金融・保険セミナーシリーズ 第37回 (CSFI-CREST ジョイントセミナー)	大阪大学金融保険教育研究センター (CSFI)	15人	北川 潤先生 (Princeton University, the University of British Columbia)を招へいし、「Conditions for existence of solutions to the Monge problem on the embedded sphere with Euclidean distance squared cost」について発表して頂いた。
2011年10月21日	One Day Seminar (CREST・大証寄附研究部門共催) Topics in Finance and Statistics	大阪大学金融保険教育研究センター (CSFI)	15人	西場正浩(東京工業大学)、藤井孝之(大阪大学)、永田修一(関西学院大学)を招へいし最新の研究成果について発表をして頂いた。
2011年11月18日	大阪大学 金融・保険セミナーシリーズ 第38回	大阪大学金融保険教育研究セン	15人	長谷川貴博(京都大学大学院 経営管理教育部)先

	(CSFI-CREST ジョイントセミナー)	ター(CSFI)		生を招へいし「Asymptotic Expansion Applied for Pricing Hybrid FX Option with Libor Market Models under the Stochastic Volatility and Heston Model in Currency Processes」について発表をして頂いた。
2012年1月26日	大阪大学 金融・保険セミナーシリーズ 第39回 (CSFI-CREST ジョイントセミナー)	大阪大学金融保険教育研究センター(CSFI)	15人	安岡孝司(芝浦工業大学大学院工学マネジメント研究科)先生を招へいし「LIBOR マーケットモデルにおけるリスクの市場価格とリアルワールドシミュレーション」について発表をして頂いた。
2011年4月7日、4月14日、4月21日、5月12日、5月19日、6月9日、7月14日、8月4日、8月19日、2012年2月23日、3月22日	CREST セミナー 全11回	立命館大学 BKC キャンパス	各回20人	CREST 研究参加者メンバー(立命館チーム)による研究内容についてのセミナー
2011年4月28日	CREST セミナー	立命館大学 BKC キャンパス	20人	今村 悠里(立命館大学理工学研究科)先生によるセミナー
2011年5月19日	CREST セミナー	立命館大学 BKC キャンパス	20人	後田 正幸氏(損保ジャパン/日本アクチュアリー会準会員)によるセミナー
2011年5月26日	CREST セミナー	立命館大学 BKC キャンパス	20人	天羽 隆史(立命館大学理工学研究科)氏によるセミナー
2011年6月30日	CREST セミナー	立命館大学 BKC キャンパス	20人	李 力搏(University of Sydney)先生によるセミナー
2011年7月7日	CREST セミナー	立命館大学 BKC キャンパス	20人	竹内 敦司(大阪市立大学)先生を招へいし、セミナーをして頂いた。
2011年7月21日、7月28日	CREST セミナー	立命館大学 BKC キャンパス	20人	蓬原 秀実(立命館大学理工学研究科)氏によるセミナー
2011年8月8日	CREST セミナー	立命館大学 BKC キャンパス	20人	安田 和弘(法政大学)先生を招へいし、セミナーをして

				頂いた。
2011年10月20日	CREST セミナー	立命館大学 BKC キャンパス	20人	Gazeau Maxime (CNRS,Ecole Polytechnique)先生を招へいし、セミナーをして頂いた。
2011年11月10日	CREST セミナー	立命館大学 BKC キャンパス	20人	平尾 将剛(名古屋大学)氏を招へいし、セミナーをして頂いた。
2011年11月24日	CREST セミナー	立命館大学 BKC キャンパス	20人	Andrea Macrina 先生、Pritanka Parbhoo 先生によるセミナー
2011年12月1日	CREST セミナー	立命館大学 BKC キャンパス	20人	Eulalia Nualart (University of Paris13)先生を招へいし、セミナーをして頂いた。
2011年12月8日	CREST セミナー	立命館大学 BKC キャンパス	20人	Romain Bompis (CMAP)先生を招へいし、セミナーをして頂いた。
2011年12月15日、12月22日、12月23日	CREST スクール	立命館大学 BKC キャンパス	20人	Francois Delarue (University of Nice)先生を招へいし、セミナーをして頂いた。
2012年1月13日、1月19日、1月20日	CREST スクール	立命館大学 BKC キャンパス	20人	Samy Tindel (IECN, University of Nancy1)先生によるセミナー
2012年1月26日	CREST セミナー	立命館大学 BKC キャンパス	20人	奥村 敏樹(立命館大学理工学研究科)氏による
2012年2月16日	CREST セミナー	立命館大学 BKC キャンパス	20人	楠岡 誠一郎(京都大学)氏によるセミナー
2012年2月29日、3月5日	CREST セミナー	立命館大学 BKC キャンパス	20人	Luca Taschini (London School of Economics)先生によるセミナー
2012年3月5日	CREST セミナー	立命館大学 BKC キャンパス	20人	Steffen Dereich (WWU Munster)先生を招へいし、セミナーをして頂いた。
2012年3月6日	CREST セミナー	立命館大学 BKC キャンパス	20人	Jochen Voss (University of Leeds)先生を招へいし、セミナーをして頂いた。
2012年3月8日~3月11日~	国際シンポジウム: CREST and 4th Ritsumeikan・Florence	立命館アジア太平洋大学	80人	CREST 研究を進めるに当たり諸外国の研究者を招聘し。最新の研究成果などの意見交換などを行った

	Workshop on Risk, Simulation and Related Topics			
2012年4月 5日	CREST セミナー	立命館大学	18人	深澤教授を招聘し、招待講演を行った。
2012年6月 29日	大阪大学 金融・保険セミナーシリーズ 第40回 (CSFI-CREST ジョイントセミナー)	大阪大学	15人	Rabi Bhattacharya 教授を招聘し、招待講演を行った。
2012年7月 5日	CREST セミナー	立命館大学	18人	関根教授を招聘し、招待講演を行った。
2012年7月 19日	CREST セミナー	立命館大学	18人	青山氏を招聘し、招待講演を行った。
2012年7月 20日 23日 24日	CREST スクール	立命館大学	18人	山崎先生を招聘し、連続講義を行った。
2012年8月 17日	CREST スクール	立命館大学	18人	Lihu Xu 先生を招聘し、連続講義を行った。
2012年8 月24 日	CREST セミナー	立命館大学	18人	加藤先生を招聘し、招待講演を行った。
2012年9月 6日 11日 13 日	CREST スクール	立命館大学	18人	Eva Loecherbach 先生を招聘し、連続講義を行った。
2012年9月 18日、20日 25日、27日 10月4日	CREST スクール	立命館大学	18人	Vlad Bally 先生を招聘し、連続講義を行った。
2012年9月 20日	CREST セミナー	立命館大学	18人	Ying Jiao 先生を招聘し、招待講演を行った。
2012年10 月11日	CREST セミナー	立命館大学	18人	水上氏を招聘し、招待講演を行った。
2012年10 月18日	CREST セミナー	立命館大学	18人	データ解析グループの荻原氏を招聘しグループ研究交流会を行った。
2012年10 月25日、11 月1日	CREST スクール	立命館大学	18人	Ciprian Tudor 先生を招聘し、連続講義を行った。
2012年11 月20日	CREST セミナー	立命館大学	18人	長井教授を招聘し、招待講演を行った。
2012年12 月6日	CREST セミナー	立命館大学	18人	Mireia Besalu Mayol を招聘し、招待講演を行った。
2012年12 月13 日	CREST セミナー	立命館大学	18人	Hongwei Long を招聘し、招待講演を行った。
2012年12 月14日	大阪大学 金融・保険セミナーシリーズ 第41回	大阪大学	15人	Hongwei Long 教授を招聘し、招待講演を行った。

	(CSFI-CREST ジョイントセミナー)			
2012年12月5日	大阪大学 金融・保険セミナーシリーズ 第42回 (CSFI-CREST ジョイントセミナー)	大阪大学	15人	Bradley S. Paye 教授を招聘し、招待講演を行った。
2012年12月26日	大阪大学 金融・保険セミナーシリーズ 第43回 (CSFI-CREST ジョイントセミナー)	大阪大学	15人	Jim Gatheral 教授を招聘し、招待講演を行った。
2013年02月15日	大阪大学 金融・保険セミナーシリーズ 第43回 (CSFI-CREST ジョイントセミナー)	大阪大学	8人	シミュレーショングループの中津氏を招聘しグループ研究交流会を行った。
2011年9月7日	第2回領域シンポジウム 越境する数学～CREST 報告会～	アキバプラザ5階・アキバホール		
2013年4月1日・3日・5日	CREST スクール	立命館大学	20人	Prof. Annie Millet を招聘し、招待講演を行った。
2013年5月23日	CREST セミナー	立命館大学	20人	永沼伸顕氏を招聘し、招待講演を行った。
2013年7月25日・8月1日	CREST スクール	立命館大学	20人	Prof. Ngo Hoang-Long を招聘し、招待講演を行った。
2013年8月15日・20日	CREST スクール	立命館大学	20人	Prof. Alexei Kulik を招聘し、招待講演を行った。
2013年8月22日	CREST セミナー	立命館大学	20人	Prof. Jian Song を招聘し、招待講演を行った。
2013年10月10日・15日・24日	CREST スクール	立命館大学	20人	Prof. Vlad Bally を招聘し、招待講演を行った。
2013年10月17日	CREST セミナー	立命館大学	20人	加藤先生を招聘し、招待講演を行った。
2013年10月26日-11月1日	国際シンポジウム: Stochastic processes and their statistics in Finance in Okinawa	沖縄県青年会館	80人	
2013年12月13日	大阪大学 金融・保険セミナーシリーズ 第47回 (CSFI-CREST ジョイントセミナー)	大阪大学 金融・保険教育センター	15人	新井先生を招聘し、招待講演を行った。
2014年1月17日	大阪大学 金融・保険セミナーシリーズ 第48回 (CSFI-CREST ジョイントセミナー)	大阪大学 金融・保険教育センター	15人	Prof. Tai-Ho Wang を招聘し、招待講演を行った。

2014年3月31日	大阪大学 金融・保険セミナーシリーズ 第49回 (CSFI-CREST ジョイントセミナー)	大阪大学 金融・保険教育センター	15人	畑先生を招聘し、招待講演を行った。
2014年4月1日	大阪大学 金融・保険セミナーシリーズ 第50回 (CSFI-CREST ジョイントセミナー)	大阪大学 金融・保険教育センター	15人	Prof. Stefano De Marco を招聘し、招待公演を行った。
2014年5月12日	大阪大学 金融・保険セミナーシリーズ 第51回 (CSFI-CREST ジョイントセミナー)	大阪大学 金融・保険教育センター	15人	Selma Chaker 先生を招聘し、招待講演を行った
2014年5月30日	大阪大学 金融・保険セミナーシリーズ 第52回 (CSFI-CREST ジョイントセミナー)	大阪大学 金融・保険教育センター	15人	山田俊皓先生を招聘し、招待公演を行った。
2014年7月30日	大阪大学 金融・保険セミナーシリーズ 第53回 (CSFI-CREST ジョイントセミナー)	大阪大学 金融・保険教育センター	15人	飯星 博邦先生を招聘し、招待講演を行った
2014年10月30日	CREST セミナー	立命館大学	20人	Dmitry Ivanenko 氏を招聘し、招待講演を行った。
2014年11月6日	CREST セミナー	立命館大学	20人	Jorge Clarke 氏を招聘し、招待講演を行った。
2014年11月20日	CREST セミナー	立命館大学	20人	Noufel Frikha 氏を招聘し、招待講演を行った。
2014年11月27日	CREST セミナー	立命館大学	20人	Lorick Huang 氏を招聘し、招待講演を行った。
2014年12月4日	CREST セミナー(談話会)	立命館大学	20人	Vlad Bally 氏を招聘し、招待講演を行った。
2014年12月11日	CREST セミナー	立命館大学	20人	Hoang-Long Ngo 氏を招聘し、招待講演を行った。
2015年1月26・30日、2月5日	CREST スクール	立命館大学	20人	Paolo Pigato 氏を招聘し、招待講演を行った。
2015年1月29日、2月2・6日	CREST スクール	立命館大学	20人	Alexei Kulik 氏を招聘し、招待講演を行った。
2015年2月13日	CREST セミナー	立命館大学	20人	畑 宏明氏を招聘し、招待講演を行った。
2015年2月14日	CREST セミナー	立命館大学	20人	Dmitry Ivanenko 氏を招聘し、招待講演を行った。
2015年2月26日	CREST セミナー	立命館大学	20人	Claude Martini 氏を招聘し、招待講演を行った。
2015年3月5日	CREST セミナー	立命館大学	20人	Ahmed Kebaier 氏を招聘し、招待講演を行った。

2015年3月 20日	CREST セミナー	立命館大学	20人	Jie Zhong 氏を招聘し、招待講演を行った。
2015年3月 16日～20日	国際ワークショップ WORKSHOP ON "MATHEMATICAL FINANCE AND RELATED ISSUES"	大阪大学中之島 センター	100人	