

研究報告書

「かたちと動きの数理基盤」

研究タイプ: 通常型

研究期間: 2016 年 10 月～2020 年 3 月

研究者: 鍛冶 静雄

1. 研究のねらい

近年における計算機性能の大幅な向上と低価格化、ヘッドマウントディスプレイやタッチパネル、モーションキャプチャ、そして 3D プリンタといった新しい入出力デバイスの普及は、人とコンピューターのインタラクションに大きな変化を与え、新しい可能性を創出している。こうしたハードウェアの目覚ましい進歩により、ユーザーを含む現実世界とコンピューターの間で、従来の文字や音声に加えて、動きやかたちを介して情報伝達する手段は拡大し、その用途も多岐にわたっている。同時にそれらを実現するために解決しなければならないソフトウェア面での問題は多様化し複雑さを増した。こういった問題は従来、具体的な設定に応じて工学の広い分野に散在して扱われてきたが、体系的な記述言語と汎用性のある理論を用いた研究はまだ限られている。また、かたちと動きの計算が顕著に応用される領域は、映画やゲームといったエンターテインメント分野から、手術アシストや自動運転といったミッションクリティカルな場面にまたがるが、後者においては、確固たる理論的保証に基づいたアルゴリズムが必要とされる。本研究ではこの二点を重要視し、数学、特にトポロジーを用いて、動きとかたちの処理に関しての理論的基盤を与えることを目標とした。この目標における大きな要素として、自然さ、直感的な操作性、可視性、製造の容易さといった、簡単な指標では測れない情報を定量化するという課題がある。このようなデータに内在する構造を抽出するという用途において、トポロジーが非常に有効であることが近年多くの例からわかってきた。以上をふまえ、本研究では動きやかたちを計算機で扱うためのフレームワークを構築すると同時に、当該分野におけるトポロジー応用の事例となり、新しい研究の方向を示すこともねらいとした。さらに、応用上の要求から数学へのフィードバックを生むことで、応用対象とした分野と数学双方の発展に寄与することをめざした。

2. 研究成果

(1) 概要

かたちや動きに代表される情報は、文字や音声と比較して記述が容易ではなく、いまだにコンピューターが苦手とする対象である。こういった、そのままでは定量化しにくい情報を記述し、その構造を捉えるというのが、本研究の学術的な根幹であった。次項で詳細を述べる通り、トポロジー、離散微分幾何、離散可積分系などの数学理論を用い、また発展させることで、形状にまつわるいくつかの対象に対して新しい視点を導入することができた。

純粋数学のバックグラウンドをもつ研究者として、数学の諸分野への応用を与えると同時に、応用から純粋数学の発展へ寄与するという循環を生むことも大きな狙いであった。これは特に、下の研究テーマ B で触れるリンク機構の解析において一つの成功例を提示できた。

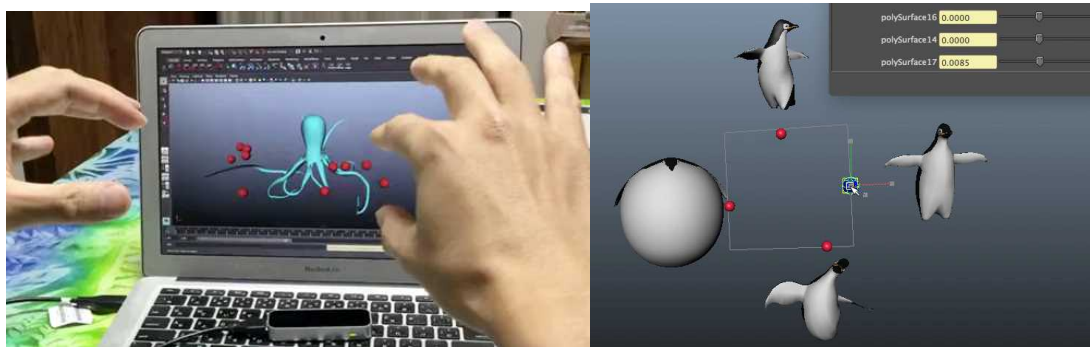
本研究は、実世界から数学的問題を抽出しその理論構築するというスタイルで実施された

が、さらに特色としては、理論にとどまらず、理論を実践し実際に役に立つ手法を与えた点である。多くの研究成果については、開発した手法のソフトウェア実装も行い、オープンソースソフトウェアとして公開している。広く社会に還元することを念頭に、自由なライセンスを設定している。

(2) 詳細

研究テーマ A「形状デザインのための幾何学」

連続的な曲面を扱う幾何学として古くから微分幾何学が発展してきたが、コンピューター上で形状を扱うためには、無限の情報量を持つ連続曲面のままでは扱いづらい。コンピューターと相性の良い離散化された曲面を扱う幾何学として、近年離散微分幾何学が盛んに研究され、建築、造船、コンピューターグラフィックス、デジタル・ファブリケーションに応用されている。本テーマでは、直感的かつインタラクティブに動きやかたちを操ることを主題とし、理論的には離散微分形式やリー群論を下敷きとして、実用に耐えうる画像や形状変形のアルゴリズムを考案した[5](図 1)。



(図 1) 左: 形状を指の動きに合わせてリアルタイムに変形
右: 複数の形状を足し合わせて新しいバリエーションを作成

研究テーマ B「形状・運動の解析」

研究全体を通して、もっとも成功したと自負する結果は、リンク機構の解析である。リンク機構は、複数の剛体が可動式のジョイントによって接合されたもので、動力の伝達など幅広い用途を持つ。その動作解析においては、自由度が最も重要である。特に応用上は狙った動きだけをする 1 自由度のリンク機構を設計することに大きな意義がある。[1](a)(d) では、ヒンジが捻じれて連なった環状のリンク機構を解析し、ヒンジ間の角度を特別に選ぶと 1 自由度になることを発見した。このリンク機構は、エネルギー的にも特異な性質を複数持ち、ロボット、機械、機能性分子など今後の応用も期待される。トポロジーに起因する制約をうまく用いて、望ましい形状や機能を達成する、という良い一例にもなっている。解析に際しては、リンク機構に様々な数学的構造を導入した。ヒンジからなる機構を定振率離散閉曲線として捉えることは、後から見れば自然な発想であるが、リンク機構解析に新しい視点を開いたと言える。また、リンク機構の状態は実代数多様体として定式化され、リンク機構の動作がその上で定義される離散可積分系で記述できるというのも興味深い結果となった。トポロジー、代数幾何、解析の交錯する新しい数学的対象が見つかった。



(図 2) 左: 3 半ひねりのメビウスの帯上にヒンジが連結されたメビウス・カライドサイクル
右: 三洋結び目の形をした環状リンク機構

研究テーマ C「画像処理」

局所的な特徴を抽出するのに長けた深層学習と、大域的な特徴を捉えるトポロジーを組合せたハイブリッド画像・ボリュームデータ解析手法の開発に取り組んだ。トポロジーをうまく利用することで、深層学習の苦手な部分を補い、解釈・説明性を持ち、また、医療や土木などデータ取得コストの高い領域においてスモールデータで高パフォーマンスを達成する手法を提案した (c)。一例として、[2] では大学病院と共同で、低画質 CT の改善を行った。CT は侵襲的であり、高画質の画像を得るには大きな被爆を伴う。低被爆の CT 撮像法がいくつか提案されているが、画像が悪くなり、診断利用の精度が落ちてしまう。この研究では、深層学習を用いることで、低画質・低被爆 CT の画質を改善するソフトウェアを開発した。機械学習の医療応用においては、安全性や安定性が非常に重要であるが、出力の評価や失敗検知などのメカニズムを組み込むことでそれらを担保した。

また、[4]ではバーチャルリアリティ(VR)を用いて、高次元の対象を可視化する手法を考案した。高次元の”かたち”を扱うのは数学や物理に限らない。高次元(多変量)データの解析においては、まず最初に主成分分析でデータを可視化するであろう。この場合は従来、2次元の静止画としてプロットすることが主流である。この研究では、直感的に把握しづらい高次元対象を VR を用いてインタラクティブに探索することを可能とし、まさに「百聞は一見に如かず」を実現した。

3. 今後の展開

- ・形状デザインに関して、基盤となる技術をいくつか整備することができたので、それらを既存技術と組み合わせて発展させたり、新しい利用法を与えたり、その分野の現場の声を聴きながら展開してゆきたい。
- ・リンク機構の研究については、学術的にも新しく興味深い対象を見つけることができた。より数学的な観点で研究を深めること、また不思議な特性を活かした応用を与えることを目指す。
- ・さががけ研究に関連して、数多くのソフトウェアを開発した。公開しているものも多いが、さらなる活用のためには、ドキュメントの整備や広報活動が必要である。これは個人研究者にはなかなか困難であるが、さががけ期間終了後も少しずつ整備を行ってゆく。
- ・現代の複雑化した問題を解決するためには、今後ますます異分野連携が重要姓を増す。その中で数学者の果たせる役割、また数学への学術的な還元について、経験をノウハウとして

まとめてゆく。また、異なる文化が協働する上で発生する摩擦や研究公正についても、自分の経験を元に発信してゆく。

4. 自己評価

計算機による情報処理、特に機械学習においては、まずデータが数値化されることが前提となる。かたちや動きといった、そのままでは数値化しづらい対象を構造化して定式化する、という大きな目標に対して、いくつか具体的な成果を、トポロジー的なものの見方の有効性を提示することができた。成果はオープンソースソフトウェアとして公開しており、今後、工業デザイン・映像制作・放射線医療・ロボット工学などの分野において、社会還元が期待できる。3年半の研究期間を通して、かたちという抽象的なキーワードを軸に幅広い分野に分け入り、当該分野の研究者と議論を重ねることで、問題の抽出と解決を行ってきた。数学者が異分野連携を行う一つのロールモデルを提示できたと思う。特に、応用分野の問題を考察することで、純粋数学の複数の分野が融合する豊かな数学的対象を発見でき、応用と純粋数学の理想的な循環を例示できた。以上より、本研究は概ね成功したと評価できる。

5. 主な研究成果リスト

(1) 論文(原著論文)発表

- | |
|--|
| 1. S. Kaji, K. Kajiwara, H. Park, Linkage Mechanisms Governed by Integrable Deformations of Discrete Space Curves, Nonlinear Systems and Their Remarkable Mathematical Structures. Volume 2, CRC Press, in press |
| 2. S. Kida, S. Kaji (joint first author), et al., Visual enhancement of Cone-beam CT by use of CycleGAN, Medical Physics 47-3 (2020), 998--1010, Editor's Choice に選出 |
| 3. A. Fauré and S. Kaji, A circuit-preserving mapping from multilevel to Boolean dynamics, J. Theoretical Biology, Volume 440, pp. 71--79, 2018 |
| 4. K. Matsumoto, N. Ogawa, H. Inou, S. Kaji, Y. Ishii, and M. Hirose, Polyvision: 4D Space Manipulation through Multiple Projections, SIGGRAPH Asia 2019 Emerging Technologies |
| 5. S. Kaji and H. Ochiai, A concise parametrisation of affine transformation, SIAM J. Imaging Sci., 9(3), 1355--1373, 2016 |

(2) 特許出願

研究期間累積件数: 1 件 (公開前の出願件名については件数のみ記載)

1.

発 明 者: 鍛冶静雄, Johannes Schoenke, Eliot Fried, Michael Grunwald

発明の名称: メビウスのカライドサイクル(Moebius Kaleidocycle)

出 願 人: 沖縄科学技術大学院大学・山口大学

出 願 日: 2018 年 2 月 27 日 (PCT 出願 2019 年 2 月 26 日)

出 願 番 号: 特願 2018-033395, PCT/JP2019/007314

(3) その他の成果(主要な学会発表、受賞、著作物、プレスリリース等)

- (a) (雑誌記事) 数理のクロスロード／かたちと動きの数理基盤／(1) リンク万華鏡 (2) デザインの数学, 数学セミナー 2019 年 6 月号, 7 月号, 日本評論社
- (b) (雑誌記事) 木田智士, 鍛冶静雄, 今江禄一, 名和要武, 中川恵一, 芳賀昭弘, 敵対的生成ネットワーク (GAN) の放射線治療への応用, Rad Fan Vol.16 No.12 (放射線治療情報 BOOK2018)
- (c) (学会発表) Homology assisted neural networks for images, International Congress on Industrial and Applied Mathematics (ICIAM2019), Valencia, 2019 年 7 月
- (d) (学会発表&予稿集) 曲線の幾何学から生まれた閉リンク機構, 精密工学会 2018 年春季大会 シンポジウム資料集, pp. 62—65 (2018)