

研究報告書

「公平な割当を求めるためのアルゴリズム研究」

研究期間：平成 29 年 10 月～平成 31 年 3 月

研究者番号：50136

研究者：河瀬 康志

1. 研究のねらい

理論計算機科学における最適化の分野では、一人の意思決定者が、ある性質を満たすものの中で、ある指標について最も良い解を見つけるための手法(アルゴリズム)について研究がなされてきた。一方、経済学のゲーム理論では、複数の意思決定者がいる状況で、達成される解の性質の解析が行われてきた。近年、2つの融合分野である**アルゴリズム的ゲーム理論**が注目を集めている。アルゴリズム的ゲーム理論とは、複数の意思決定者が関わるようなゲーム理論的状况に対して、アルゴリズムを用いたアプローチを試みる理論である。複数の意思決定者が関わる状況で、配分などの解を求めるときには、ある種の**公平性**を考慮する必要がある。

本研究の目的は、**公平性を満たす解を高速に求めるアルゴリズムの設計**である。ただし、完全な公平性を満たす解は存在しないかもしれず、あったとしても見つけることは難しいことがある。そこで本研究では、公平な解の存在性判定や探索の計算複雑度を明らかにし、高速なアルゴリズムが存在しそうでない場合には、近似的な公平性を満たす解を求めることや、入力を制限することで効率的に求めることを試みた。

本研究では、ゲーム理論的状况をモデル化した問題の1つである**マッチング問題**を扱い、オンライン最適化の手法などを用いることで、高速なアルゴリズムの設計を目指した。マッチング問題は実社会によく現れる問題であり、公平な解を高速に求めるアルゴリズムの設計は、実用上重要な課題である。マッチング問題における解(割当)の公平性は、安定性や均衡によって特徴付けることができる。特に、「制約付き安定マッチング問題に対する近似アルゴリズム」と「展開型マッチングゲームにおける均衡」について考察を行った。

2. 研究成果

(1) 概要

安定マッチング問題は多くの応用をもち、安定マッチングに対するアルゴリズムは研修医配属や研究室配属など様々な状況で実際に利用されている。例えば研修医配属の場合には、各研修医はどの病院に配属されたいかについて選好順序をもっており、各病院はどの研修医に来て欲しいかについての選好順序と定員(採用できる研修医の数の上限)をもっている。安定マッチング問題では、このような状況において公平な割当(安定マッチング)を求める。安定マッチング問題には常に安定マッチングが存在し、Gale と Shapley によって開発された受入保留方式と呼ばれるアルゴリズムによって、効率的に安定マッチングを求められることが知られている。

しかし、現実的な制約や選好を考えると、安定マッチングが存在するとは限らない。例えば、病院側が予算制約(研修医を採用した際に発生する給与の合計額を予算以内に収めなくては

いけないという制約)をもつ場合には、選好が加法的効用関数で表されるような単純なものの場合ですら、安定マッチングが存在するとは限らない(図 1)。そこで、与えられたマッチングの安定性判定と安定マッチングの存在判定について計算複雑度を明らかにし、近似的に安定なマッチングを効率よく求めるアルゴリズムを構築した。

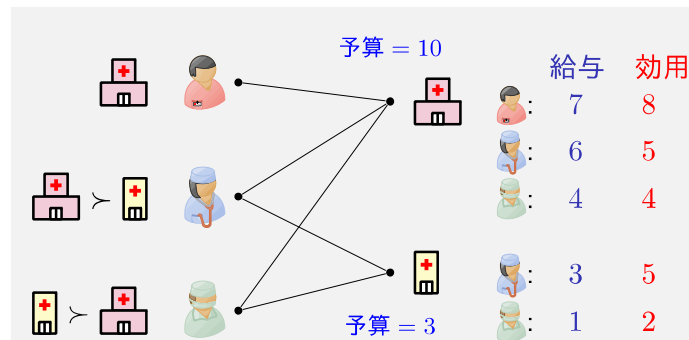


図 1：安定マッチングが存在しない例

また、これまでの多くの研究では、各主体が申告する選好を元に、オーガナイザーが結果を決定する、中央集権型のマッチングメカニズムが前提とされてきた。しかし、社会にはそのような統制がされていない市場も多く、そこでは各主体が周囲の戦略を観測しながら、逐次的な意思決定をしている。そこで、そのような動的な状況を表すモデルとして、展開型マッチングゲームを提案し、このゲームにおける均衡の性質や計算法について考察した。

(2) 詳細

研究テーマ A 「制約付き安定マッチング問題に対する近似アルゴリズム」

制約付き安定マッチング問題とは、予算制約やタイプ制約などが病院に課せられたもとで、病院と研修医との間の安定マッチングを求める問題である。このような制約のある状況では、安定マッチングが存在するとは限らない。本研究では、安定マッチングの計算に関する計算複雑度や、安定性を近似した解を求めるアルゴリズムについて解析した。

本研究では、制約は「定員制約」、「マトロイド交叉」、「多次元ナップサック」の3種類で表されている状況を扱った。どんな上界制約(ある部分集合が実行可能であれば、その部分集合も実行可能である)でも、マトロイド交叉や多次元ナップサックによる表現をもつので、この設定は汎用的であると言える。また、選好は効用関数により表されていると仮定し、効用関数としては「要素数」、「加法的」、「劣モジュラ」という重要な3種類のクラスを扱った。

まず、与えられたマッチングが安定であるかどうかを判定する難しさを調査するために、パッキング問題の計算複雑度との関係を示した。それにより、各制約のクラスと効用関数のクラスの組み合わせについて、効率的に判定できるか(P)、判定が難しいか(coNP 完全)を明らかにすることに成功した。さらに、与えられたマーケットに安定マッチングが存在するかどうかの判定問題について、効率的に判定できるか(P)、判定が難しいか(NP 完全および Σ_2^P 完全)を、完全に明らかにした。

そして、受入保留方式と除去可能オンラインパッキング問題に対するアルゴリズムを組み合わせ

せるという枠組みを提案することにより、近似的に安定なマッチングを効率的に求めるアルゴリズムを構築することに成功した。(論文[1]および、投稿中論文)

研究テーマ B「展開型マッチングゲームにおける均衡」

展開型マッチングゲームとは、各主体が周囲の戦略を観測しながら、逐次的な意思決定を行う状況における安定マッチングの展開型ゲームによるモデル化である。例えば、逐次的に求人者からジョブオファーを受ける求職者が、競合相手の戦略を考慮しながら自身の戦略を決定する状況を扱うことができる。本研究では、展開型ゲームにおける均衡(部分ゲーム完全均衡)として得られるマッチングがどのような性質をもち、効率的に計算できるかについて解析を行った。

論文[2]では、求職者のみが戦略的に動き、各オファーを受けた際、受理するか否かを即座に決めねばならず、その決定はその後覆すことができないような状況を扱った。まず、与えられたゲームに対し、均衡でのマッチングを求めることは、一般には PSPACE 困難となることを示した。また、多項式時間で解くことができる部分クラスを明らかにした。さらに、オファー順を中央からコントロールできる場合には、均衡が安定マッチングとなるような順序を効率よく構成できることを示した。

論文[4]では、求人者側、求職者側、両側がそれぞれ戦略的に動く場合について、展開型マッチングゲームを考察した。ただし、論文[2]とは違い、求人者はオファーを 1 つだけキープできるような状況を扱った。このような状況は、受入保留方式を戦略的なプレイヤーに対して適用していると解釈することもできる。本研究では、求職者側(あるいは両側)が戦略的な場合には求人者にとって最適な安定マッチングが唯一の均衡マッチングとなることを示した。これにより、均衡マッチングは効率よく求めることができると言える。また、求人者側のみが戦略的に動く場合には複数の均衡マッチングがあり得ることを示した。

3. 今後の展開

実際に計算結果を用いるためには、嘘をついても得をできない(耐戦略性を満たす)ことも重要となる。もちろん耐戦略性を満たすことを課すと、解を得ることは難しくなるので、安定性の場合には近似率が悪いアルゴリズムしか作れなくなってしまう。そこで、耐戦略性と安定性の間のトレードオフを明らかにすることは、重要な課題となっている。また、理論だけで終わらず、実社会での応用することも、重要な課題である。また、近似的な公平性という概念は実用上重要であるがほとんど研究がすすんでいないため、ケーキカット問題などの様々な状況に対して解析を進める必要があると考える。

4. 自己評価

研究目的の1つであった一般的な制約をもつ近似的に安定なマッチングに関しては、最初の計画通り、計算複雑度の解析や近似アルゴリズムの設計についてほぼやりつくすことができた。しかし、当初は計画していた戦略的操作不可能性に関する解析は難しく、あまり進捗が得られなかった。動的な状況における均衡マッチングについては、もともとは計画になかった研究テーマであるが、均衡の特徴付けや計算の難しさについていくつかの面白い性質を示すことに成功できた。均衡は戦略的なプレイヤーの相互作用により達成される状態であり、この研究により安定マッ

ング問題における戦略的な行動の結果に関する理解が深まったと言える。

5. 主な研究成果リスト

(1) 論文(原著論文)発表

1. Yasushi Kawase and Atsushi Iwasaki: Approximately Stable Matchings with Budget Constraints, Proceedings of the 32nd AAAI Conference on Artificial Intelligence (AAAI2018), Pages 1113–1120, February 2018.
2. Yasushi Kawase, Yutaro Yamaguchi, and Yu Yokoi: Computing a Subgame Perfect Equilibrium of a Sequential Matching Game, Proceedings of the 19th ACM Conference on Economics and Computation (EC2018), Pages 131–148, June 2018
3. Yasushi Kawase and Hanna Sumita: Randomized Strategies for Robust Combinatorial Optimization, Proceedings of the 33rd AAAI Conference on Artificial Intelligence (AAAI2019), 8pages, January 2019.
4. Yasushi Kawase and Keisuke Bando: Subgame Perfect Equilibria Under the Deferred Acceptance Algorithm, Proceedings of the 5th International Workshop on Matching Under Preferences (MATCH-UP2019), accepted.

(2) 特許出願

研究期間累積件数: 0 件

(2) その他の成果(主要な学会発表、受賞、著作物、プレスリリース等)

なし