

宇田 智紀

東北大学材料科学高等研究所
助教

レーブグラフの順序定式化のデータ解析に向けた数理

§ 1. 研究成果の概要

本研究は、画像データの位相的特徴抽出に応用できる新たなトポロジカルデータ解析手法である**レーブ順序法**の数理的な基礎の確立を目指すものである。所与のデータを軸に沿って連続的に輪切りにしていく時の様子(トポロジカルな繋がり方)をグラフ構造で表したものが**レーブグラフ**であり、これを離散データのみから復元するのがレーブ順序法である。二種類のパーシステントホモロジーを組み合わせた順序情報からグラフ構造を抽出する点が特徴で、この構成方法から従来のトポロジカルデータ解析手法と同様の安定性定理(入力ノイズに対する出力の堅牢性)の成立が予想されていた。

そこで2019年度は、レーブ順序法の安定性を示すための適切な距離構造について考察した。その結果、Silva, Munch, Patel らが定式化した圏論的レーブグラフ(Categorified Reeb Graphs)における interleaving 距離が我々の手法にも有用と判明した。具体的な成果としては、interleaving 距離の定義を離散データにも適用できるよう拡張することで、レーブ順序法の(1)**安定性**および(2)**収束性**の証明方針を得ることができた。これらは、よりデータ解析に即した具体例で喩えると、(1)入力画像データにノイズが含まれていても除去しつつその位相的特徴(レーブグラフ)への情報縮約が可能で、(2)それは解像度が高ければ高いほど正しい結果に近づくということを意味する。このように、データ解析の信頼性の観点からもこうした数理的基礎の確立は極めて重要な課題である。