

数理・情報のフロンティア
2020 年度採択研究代表者

2020 年度 年次報告書

石川 勲

愛媛大学 データサイエンスセンター
助教

データ解析を見据えた Koopman 作用素の包括的な理論研究

§ 1. 研究成果の概要

本年度としては大きく分けて次の 2 つである。1 つ目の成果は関数空間に作用する Koopman 作用素の有界性と力学系の性質の関連性について進展があった。まず、応用上広く使われている並行移動不変なカーネルから定まる再生核 Hilbert 空間 (RKHS) について、カーネルを定める正定値関数が整関数ならば Koopman 作用素の有界性と力学系のアフィン性が同値になることを比較的緩い条件下で証明した。また、別の切り口として関数空間が quasi-Banach 空間であり多様体上の滑らかな関数の空間に連続に埋め込まれる (例えば RKHS など) ならば、Koopman 作用素が有界の条件下では周期点での Jacobian の固有値の絶対値が全て 1 以下になることを証明した。これらの事実は Koopman 作用素の有界性が力学系の挙動を大きく制限するということを示唆する。また、上で考えている関数空間とは少し毛色が異なるが、Morrey 空間と呼ばれる解析学の分野で重要な関数空間においても Koopman 作用素の有界性を考察し、Koopman 作用素が連続な同型作用素であることと、力学系が bi-Lipschitz であることが同値であることを証明した。2 つ目の成果は、一般化スペクトルの計算法についても進展があった。まず、記号力学系について完全シフトの場合は片側・両側について一般化スペクトルの計算手法を確立した。また、RKHS などに対する一般化スペクトルは力学系の作用する低空間に微分構造を仮定するとそれを用いて一般化スペクトルを計算するためのテスト空間が構成できる可能性があることが分かった。この事実は今後の一般化スペクトルのアルゴリズム的な計算手法を確立する際に重要な足掛かりになることが期待される。