2024 年度

創発的研究支援事業　年次報告書【公開版】

研究担当者	森 立平
研究機関名	名古屋大学
所属部署名	多元数理科学研究科
役職名	准教授
研究課題名	グラフ状態の効率的な生成及び活用
研究実施期間	2024 年 4 月 1 日～2025 年 3 月 31 日

研究成果の概要

重要な量子状態のクラスであるグラフ状態を生成するアルゴリズムについて研究した。一般的なグラフ状態の生成には $\Theta(n^2/\log n)$ 個の 2-qubit クリフォード演算を必要とする。本研究ではグラフのランク幅と呼ばれるパラメータに注目し、2-qubit クリフォード演算の個数の上界をもとめた。頂点数 n のグラフのランク幅は 1 以上 $n/3$ 以下となる。グラフが木や完全グラフの場合、ランク幅は 1 である。一方でランダムなグラフは $n/3$ に近いランク幅を持つ。本研究ではグラフ G の頂点数が n でランク幅が r のとき、$O(rn)$ 個の 2-qubit クリフォード演算でグラフ状態 $|G\rangle$ の生成ができることを証明した。一方で、頂点数が n でランク幅が r であるグラフ G が存在し、グラフ状態 $|G\rangle$ の生成に $\Omega(rn/\log n)$ 個の 2-qubit クリフォード演算が必要であることも証明した。よって、ランク幅と頂点数による 2-qubit クリフォード演算の回数の上下界は $\log n$ 因子のギャップしかなく、ほぼ正確に最悪ケースの 2-qubit クリフォード演算の回数をもとめることができたと言える。

一方で、ランク幅が大きいにも関わらず、2-qubit クリフォード演算の回数が少なくなるグラフクラスが存在することを示した。区間グラフと円グラフというグラフクラスはランク幅が $\sqrt{n}$ になることがある。一方で、2-qubit クリフォード演算の回数はそれぞれ $O(n)$ と $O(n\log n)$ になることを証明した。これらのグラフクラスのうち、特に円グラフはグラフ頂点マイナー理論においても重要なグラフクラスである。より一般的にどのようなグラフクラスについて演算回数が小さくなるのか、そしてそれらのグラフクラスに含まれるグラフ状態の情報処理への活用がこれからの研究課題になる。